

Mus. Th.

696

Fiche

Mus. Th.

696

Fiche

Chladni

Mus. Theor.
696

Chladni

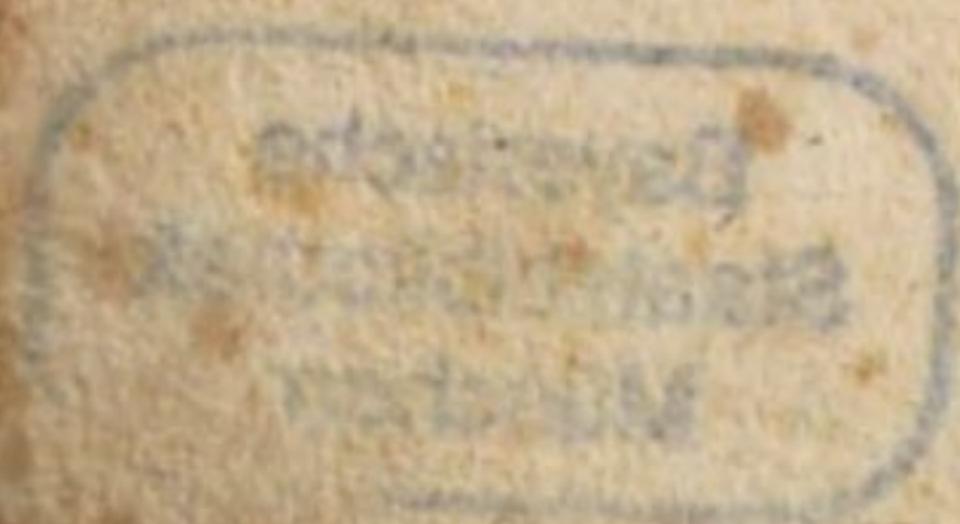
Kurze Uebersicht
d e r
Schall - und Klanglehre,
n e b s t
e i n e m A n h a n g e
die Entwicklung und Anordnung der
Tonverhältnisse betreffend,

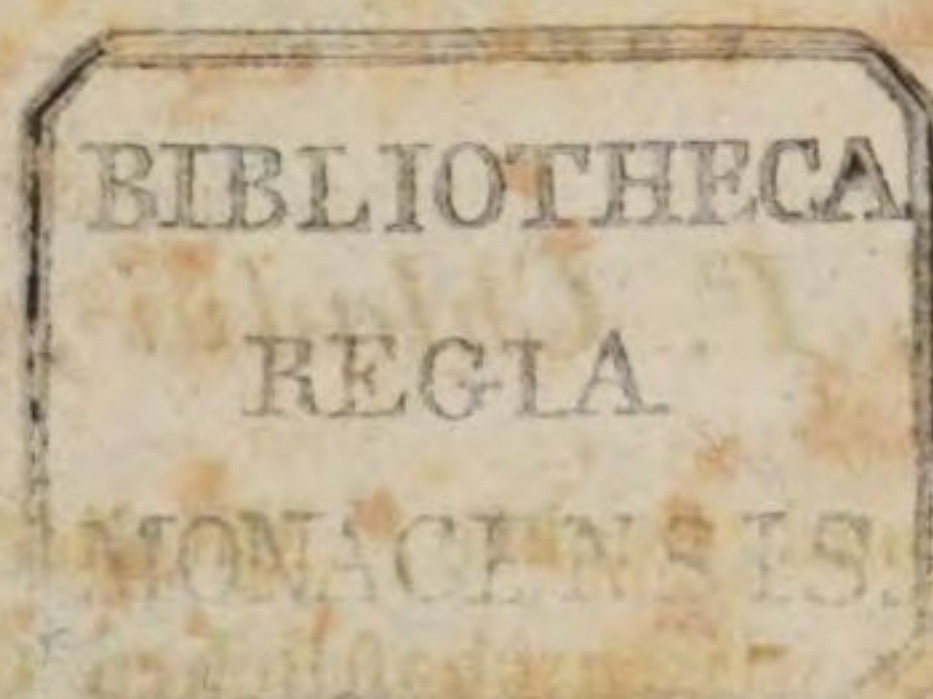
v o n
E. F. F. Chladni,

Doctor der Philosophie und Rechte, Mitglieder verschiedener
Akademien und anderer wissenschaftlichen Gesellschaften.

Mainz, 1827.

In der Grosh. Hess. Hofmusikhandlung von B. Schott's Söhnen.





V o r r e d e.

Seit der Erscheinung meiner Akustik und meiner Neuen Beiträge zur Akustik sind unsere Kenntnisse vieler hieher gehörenden Gegenstände theils auf dem Wege der Theorie, theils auf dem Wege der Erfahrung so vermehrt worden, dass ich für sehr nothwendig halte, das, was früher bekannt war, mit dem, was seitdem hinzugefügt worden ist, zu einem Ganzen zu verbinden. Die Absicht der gegenwärtigen Schrift ist also, nicht etwa ein eigentliches Lehrbuch, sondern eine möglichst kurze und dem jetzigen Zustande unserer Kenntnisse gemäs geordnete Uebersicht der Schall- und Klanglehre zu liefern, theils zum Gebrauche bey Vorlesungen, theils auch zur Benutzung bey dem Vortrage dieses Theiles der Naturkunde in physikalischen Lehrbüchern. Viele Gegenstände, die in meiner Akustik oder auch sonst weiter vorgetragen, und grossentheils bekannt sind, habe ich also nur kurz erwähnt, ohne sie weiter zu erklären, weil man die weitere Erklärung in den angezeigten Stellen finden kann, und habe nur dann mir mehr Worte erlaubt, und weitere Erläuterungen gegeben, wo ich glaubte, dass die Klarheit der Begriffe, oder die Neuheit mancher Entdeckungen und richtigen Ansichten, oder auch die Beseitigung mancher Missverständnisse es erforderte. Es wird also durch gegenwärtige Schrift keine einzige der hier angeführten Schriften entbehrlich gemacht, und ich glaube vielmehr, diesen dadurch noch mehr Brauchbarkeit zu geben, da man doch nun sieht, wo man über jeden Gegenstand weitere Belehrung finden kann. Die Quellen habe ich übrigens so unpartheyisch, als möglich, angegeben, ohne einen Unterschied zu machen, ob etwas Neues und Richtiges von mir, oder von einem Andern herrührt.

Erklärung einiger Abkürzungen.

Ak. bedeutet: die Akustik, bearbeitet von E. F. F. Chladni, mit 11 Kupfertafeln. Leipzig, bei Breitkopf und Härtel, 1802, 4.

N. Beytr. Neue Beyträge zur Akustik von E. F. F. Chladni, mit 10 Steindrucktafeln. Ebendasselbst, 1817, 4.

Beytr. z. prakt. Ak. E. F. F. Chladni's Beyträge zur praktischen Akustik, und zur Lehre vom Instrumentbau etc. mit 5 Steindrucktafeln. Ebendasselbst, 1821, 8. Einen nothwendigen Nachtrag dazu, mit 1 Steindrucktafel, habe ich in der Allg. Mus. Zeitung, 1822, Num. 49, 50 und 51 gegeben.

Tr. d'Ac. Traité d'Acoustique par E. F. F. Chladni, avec 8 planches. Paris, chez Courcier (à présent Bachelier, successeur de Mad. veuve Courcier) 1809, 8.

Wellenl. Wellenlehre, auf Experimente gegründet, oder über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten, mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen, von den Brüdern E. H. und W. Weber. Leipzig, bei Gerhard Fleischer, 1825, 8. mit 18 Kupfertafeln. Ist in Hinsicht auf die allgemeinen ganz richtigen Ansichten, und auf viele Untersuchungen einzelner Gegenstände, jedem, der die Schall- und Klanglehre vortragen will, unentbehrlich.

Ann. de Chim. Annales de Chimie et de Physique par Gay-Lussac et Arago, wo tom. 3, 7, 10, 14, 22, 24, 25, 26, 29, 30 und 31 viele interessante Untersuchungen theils auf dem Wege der Theorie von Laplace, Poisson etc. theils auf dem Wege der Erfahrung von Savart enthalten.

Allg. Mus. Zeitung. Hier ist allemahl die zu Leipzig bei Breitkopf und Härtel erscheinende Allgemeine Musikalische Zeitung zu verstehen.

Allgemeine Voraussetzungen.

Ak. §. 1-7. Tr. d'Ac. §. 1-3. Wellenlehre §. 1-20 und §. 239. Schweigger's Journal der Chemie, Neue Reihe, B. 14, 1825, H. 8, S. 385 und B. 15, 1825, H. 11, S. 275. Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 12-14.

Jede mögliche Bewegung ist entweder fortschreitend, oder drehend, oder schwingend. Die letztere, bei welcher die Theile eines Körpers sich abwechselnd diesseits und jenseits der Lage im ruhigen Zustande bewegen, wirkt, wenn sie schnell und stark genug ist, auf die Gehörwerkzeuge als Schall. Ein in Hinsicht auf Raum und Zeit bestimmbarer Schall wird Klang, ein unbestimmbarer Geräusch genannt. Bei einem Klange kann man nämlich wissen, wie die Bewegungen der Theile geschehen, man kann auch einen gewissen Ton hören, aber bei einem Geräusche kann man es nicht. Ton ist Geschwindigkeit der Schwingungen, (oder Zahl der Schwingungen, welche in einer gewissen Zeit geschehen). *) Von den qualitativen Verschiedenheiten der Klänge (im Französischen *timbre*, wofür man

*) Da die drei verschiedenen Begriffe von Schall, Klang und Ton im Französischen durch das einzige Wort *son* bezeichnet werden, musste ich den Anfang meines *Traité d'Acoustique* ganz anders, als im Deutschen, einrichten. (N. Beytr. S. 57.)

wohl im Deutschen das Wort: Laut, brauchen könnte) ist das Wesentliche noch unbekannt. Ak. §. 42-44 und 248. Tr. d'Ac. §. 31.)

Die schwingenden Bewegungen, welche mit wellenförmigen Bewegungen (im allgemeinen Sinne) eins und dasselbe sind, bestehen entweder in Verdichtungen und Verdünnungen, oder in Beugungen. Die erstern werden von mir longitudinale Schwingungen *) genennt, weil die Verdichtungen und Verdünnungen nach der Richtung der Länge geschehen; in der Wellenlehre werden sie, ebenfalls ganz richtig, primäre Schwingungen genennt, weil sie eine unmittelbare Wirkung des Stosses, und mit ihm identisch sind; die letztern nenne ich transversale Schwingungen, weil dabei die Bewegungen in die Quere geschehen; in der Wellenlehre werden sie, auch ganz richtig, sekundäre Schwingungen genennt, weil sie zwar auch durch einen Stoss erregt werden, aber der weitere Fortgang durch andere Kräfte bewirkt wird. Die erstern rücken schneller, die letztern weit langsamer fort. **)

*) An meinem Ausdrucke: longitudinale Schwingung, ist getadelt worden, dass er für den Fall einer kugelförmigen Verbreitung des Schalles in der Luft oder in einer Felsmasse, nicht passend sey. Er ist aber auch in diesem Falle der Natur gemäss, weil doch jede lineare Strecke, oder jeder Radius, von dem Punkte der Erregung aus, longitudinal schwingt, und sich nach den allgemeinen Gesetzen der Longitudinalschwingungen richtet, wie ich auch in der Ak. §. 191 und 192, und im Tr. d'Ac. §. 185 gesagt habe.

**) Wenn Savart behauptet hat, dass diese beyden Haupt-

Bey beyden Hauptarten der Schwingungen kann die wellenförmige Bewegung entweder fortschreitend seyn, (Wellenbewegung im engeren Sinne), wo die Wellen von der Stelle der Bewegung aus immer weiter fortrücken, und die Form der Welle immer von andern Theilen gebildet wird, oder stehend, wenn immer dieselben Theile des Körpers sich hin und her bewegen. Die fortschreitende Wellenbewegung findet bei der Verbreitung des Schalles Statt, und die stehende an klingenden Körpern; sie entsteht aber gewöhnlich auch aus anfänglichen fortschreitenden und sich hernach regelmässig durchkreuzenden Wellen. *)

Gegenstände der Schall- und Klanglehre, oder der Akustik sind

1) die Töne an sich, ohne auf die Gesetze, nach welchen sich klingende Körper bei ihren Schwingun-

arten der Schwingungen, nur als eine anzusehen wären, und in einander übergangen, so ist in der Wellenlehre §. 298 und 299, wie auch von W. Weber in Schweigger's Journal der Chemie, N. R. B. 15, 1825, H. 11, S. 287 etc. ganz richtig gezeigt worden, dass sie an tönenden Körpern wesentlich verschieden sind, wiewohl an resonirenden Körpern etwas einem Uebergange ähnliches Statt finden kann.

*) Diese von E. H. und W. Weber in den angef. Schriften zuerst gehörig aus einander gesetzten Grundbegriffe von den Verschiedenheiten der in Verdichtungen und Verdünnungen und der in Beugungen bestehenden Wellen, so wie auch fortschreitender und stehender Wellen sind künftig bei jedem Vortrage der Schall- und Klanglehre vorausszuschicken, wenn er nicht gar zu mangelhaft ausfallen soll.

gen richten, Rücksicht zu nehmen, (Arithmetischer Theil),

2) der Klang, oder die stehenden Schwingungen selbsttönender und resonirender Körper,

3) die Verbreitung des Schalles, oder die fortschreitenden Schwingungen, welche durch einen schwingenden Körper in einem andern Medium erregt werden. (Num. 2 und 3 sind der mechanische Theil.)

4) das Gehör oder die Empfindung des Schalles. (Physiologischer Theil.)

Erster Theil. Tonlehre.

I. Ursprüngliche Tonverhältnisse. (Ak. §. 8-29. *Tr. d'Ac.* §. 4-20.)

Höhere und tiefere Töne unterscheiden sich durch die grössere oder kleinere Zahl der Schwingungen, welche in derselben Zeit geschehen.

Erklärung der Worte: Intervall, Melodie, Akkord, Harmonie und Musik. Ak. §. 6. *Tr. d'Ac.* §. 4.)

Die Tonverhältnisse oder Intervalle können entweder nach den Schwingungszahlen, oder nach Seitenlängen auf dem Monochorde bestimmt werden. (Ich finde einfacher und natürlicher, sie nach Schwingungszahlen zu bestimmen, und das Monochord, mit der Voraussetzung, dass sich an einer Saite die Schwingungszahlen wie die umgekehrten Längen verhalten, zu benutzen, um Andern von den Wirkungen dieser Verhältnisse einen Begriff zu geben.)

Consonirende und dissonirende Intervalle oder Akkorde unterscheiden sich blos durch die mehr oder mindere Einfachheit der Verhältnisse.

Manche haben es ganz der Natur zuwider aus einem Mitklingen oder Nichtmitklingen gewisser Töne mit einem Grundtone erklären wollen. (Ak. §. 9 und 185. *Tr. d'Ac.* §. 6. Mehr darüber habe ich in der Allg. Mus. Zeitung, 3. Jahrgang, S. 337 gesagt.) Ein Intervall ist um desto mehr consonirend, je einfacher es ist, d. i. je kleiner die Zahlen sind, durch welche es sich ausdrücken lässt, je öfter also die Schwingungen beider Töne in einen Zeitmoment zusammen-treffen.

Die Octave 1:2 kann man füglich als die Gränze aller Intervalle ansehen, und also diese als Brüche zwischen 1 und 2, weil eine Verdoppelung oder Halbierung den Charakter eines Intervalls nicht verändert. (Ak. §. 12. *Tr. d'Ac.* §. 7.)

Alle consonirenden Intervalle sind in den Zahlen 1 bis 6 und deren Verdoppelungen unmittelbar enthalten.

Nur zwey consonirende Akkorde oder Dreyklänge, d. i. wo jeder Ton nicht nur gegen den Grundton, sondern auch gegen den dritten consonirt, sind möglich, der grosse oder harte Dreyklang, und der kleine oder weiche Dreyklang. Umkehrungen derselben. (Ak. §. 14 und 15, und Anfang des 16. *Tr. d'Ac.* §. 9.)

Gewöhnliche (harte) Tonleiter und deren Stufen. Ak. §. 16. *Tr. d'Ac.* §. 11.)

Dissonirende Intervalle. (Ak. §. 17. 18. *Tr. d'Ac.* §. 12. 13.) Wenn man sagt, eine Dissonanz müsse aufgelöst werden, so heisst das nichts anders, als, ein Ton, der gegen einen andern in einem weniger einfachen Verhältnisse steht, muss, wenn das Gehör befriedigt werden soll, zu einem

übergehen, dessen Verhältniss zu dem andern einfacher ist.

Dissonirende Akkorde. Der Septimenakkord ist als der eigentliche dissonirende Grundakkord anzusehen, und der Ton, welcher in der ursprünglichen Lage (wo 3 Terzen übereinander sind) die Septime ist, muss in jeder möglichen Lage derselben Töne (oder Umkehrung des Akkords) als Dissonanz behandelt werden. *) Manche andere dissonirenden Akkorde (der Nonen- Undecimen- und Terzdecimen-Akkord) haben ihren Grund in Vorausname oder Aufhaltung gewisser Töne. Uebermässige oder erhöhte Intervalle streben aufwärts, erniedrigte abwärts zu gehen. (Ak. §. 19. *Tr. d'Ac.* §. 10.)

Ueber diatonische, chromatische und enharmonische Fortschreitungen. (Ak. §. 20. *Tr. d'Ac.* §. 14.)

Benennungen der Töne, in verschiedenen Sprachen (ebendasselbst).

Alle erhöhten und erniedrigten Intervalle sind nothwendig, weil man bey unserem jetzigen Zustande der Tonkunst jeden Ton muss wieder als Grundton ansehen, und ihm die angemessene Tonleiter geben können. (Ak. §. 21. *Tr. d'Ac.* §. 15.)

Bildung der weichen Tonleiter. (Ak. §. 22. *Tr. d'Ac.* §. 16.)

Ueber die verschiedenen Tonarten und Fortschreitungen von einer zur andern. (Ak. §. 23, 24, *Tr. d'Ac.* §. 17. 18.)

*) Es verursacht also unnöthige Weitläufigkeit, wenn in manchen musikalischen Lehrbüchern jede dieser Umkehrungen als ein eigener Akkord abgehandelt wird.

Verzeichniss aller innerhalb der Octave enthaltenen Intervalle, in Brüchen zwischen 1 und 2, und in Dezimalen, sowohl in Beziehung auf die verhältnissmässigen Schwingungszahlen, als auf die Saitenlängen. (Ak. §. 25. *Tr. d'Ac.* §. 19.)

Noch einige andern in der natürlichen Zahlenreihe enthaltenen Verhältnisse, z. B. 7, welches schon mehr dissonirt, als consonirt, 11, 13, u. s. w. sind nicht dazu geeignet, um in unser Musiksystem aufgenommen zu werden, wohl aber kann man sie, besonders auf Instrumenten, die keine andern Töne geben, in manchen Fällen anwenden. (Ak. §. 26. 27. *Tr. d'Ac.* §. 20.)

Absolute Schwingungszahlen bei den verschiedenen Tönen. Nach *Wollaston*, in *Thomson's Annals of Philosophy*, Aug. 1820, p. 145, erstreckt sich die Gränze der für unsere Organe hörbaren Töne ungefähr von 1 bis 600 oder 700, und deren Umfang kann etwa $9\frac{1}{2}$ Octaven betragen. Am besten ist es, die Zahl der Schwingungen, welche jedes c in einer Sekunde macht, als eine Potenz von 2 anzusehen, wie man also für das grosse C 128 Schwingungen anzunehmen hat. (Ak. §. 29. *Tr. d'Ac.* §. 5. Mehr darüber habe ich in der Allg. Mus. Zeitung 1825, N.º 30 gesagt.) Im französischen, italiänischen u. s. w. gab es noch keine allgemein angenommenen Zeichen und Ausdrücke für die Töne verschiedener Octaven; die musste ich also im *Traité d'Acoustique* §. 29 zuerst geben; sie sind auch seitdem angenommen worden. (N. Beytr. S. 60.)

II. *Von den nothwendigen Abänderungen der ursprünglichen Tonverhältnisse, oder von der Temperatur.* (Ak. §. 30-41. *Tr. d'Ac.* §. 21-28.)

Eine Temperatur, d. i. eine kleine Abweichung von der allgemeinen Reinheit der Tonverhältnisse, sie sey, von welcher Art man wolle, ist unentbehrlich, nicht blos für Instrumente mit festen Tönen, wie Manche glauben, sondern im Allgemeinen. Der Grund liegt in der Natur der Zahlenverhältnisse selbst, indem, wenn man jeden Ton gegen den Grundton ganz rein ausüben will, sie unter sich keine reinen Verhältnisse haben, und wenn man jedem Tone das reine Verhältniss zu dem vorhergehenden und folgenden Tone geben will, die Beziehung auf den Grundton verloren geht. (Ak. §. 30. *Tr. d'Ac.* §. 21, und N. Beytr. S. 89.) Eine ganz reine Musik, (d. i. wo jede Quinte $= 2 : 3$, jede grosse Terz $= 4 : 5$, jede kleine Terz $= 5 : 6$ u. s. w. wäre) ist also schlechterdings unmöglich, selbst, wenn man in einer einzigen diatonischen Tonart bleiben, oder auch, wenn man alle erhöhten und erniedrigten Intervalle genau unterscheiden will. *)

*) Jeder, wer sich die Mühe nehmen will, eine Melodie in Zahlen auszudrücken, wird dieses finden. *Biot* hat also Unrecht oder hat mich misverstanden, wenn er in seinen *Traité de Physique* meinen Ausdruck: „jeder gute Sänger oder Spieler eines Instrumentes temperire, ohne es zu wissen“, getadelt hat. Selbst wenn man in der Tonleiter *c, d, e, f, g, a, h, c*, bleiben, und deren Stufen auf die einfachste und gewöhnlichste Art nehmen will, wo sie in den kleinsten ganzen Zahlen 24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48, sind, hat das *d* keine kleine Terz 5:6, sondern 27:32, und keine Quinte 2:3, sondern 27:40, welche beyden Surrogate einer Terz und Quinte um das Verhältniss 81:80 zu tief sind, also um weit mehr, als ein gesundes Ohr gut finden kann, weshalb man auch hier schon wird etwas nachgeben, d. i. temperiren müssen, wenn das Gehör nicht beleidigt werden soll.

Durch einen Zirkel von Quinten oder Terzen erhält man Verhältnisse, die von der Octave abweichen, und zwar geben 12 Quinten ein grösseres, 3 grosse Terzen ein kleineres und 4 kleine Terzen ein grösseres Verhältniss, als die Octave. Dieser Unterschied muss also auf irgend eine Art vertheilt werden. (Ak. §. 31-37. *Tr. d'Ac.* §. 22-24.)

Erklärung einiger Arten von Comma, die bei Temperaturberechnungen am meisten vorkommen. Ak. §. 36.)

Da nun einmahl kleine Abweichungen von der vollkommenen Genauigkeit der Tonverhältnisse unvermeidlich sind, so ist eine möglichst gleiche Vertheilung der Unreinigkeit der Natur gemässer, als irgend eine absichtlich gar zu ungleiche Vertheilung, weil, je mehr Tonverhältnisse man rein ausüben will, die andern desto unreiner werden. (Ak. §. 38. *Tr. d'Ac.* §. 25.)

In der gleichschwebenden Temperatur machen die 12 in der Octave enthaltenen Töne eine geometrische Progression zwischen 1 und 2. Ak. §. 39, 40. *Tr. d'Ac.* §. 26.) Anwendung auf das Stimmen, (Ak. §. 40. Note. *Tr. d'Ac.* §. 27.)

Ungleichschwebende Temperaturen, und deren relativer Werth oder vielmehr Unwerth. (Ak. §. 41, wo auch die in solchen Temperaturen am gewöhnlichsten vorkommenden unreinen Verhältnisse angegeben sind. (*Tr. d'Ac.* §. 28.) Je mehre Quinten rein sind, und je ungleicher die Unreinigkeit vertheilt wird, desto schlechter ist eine solche Temperatur; die von Kirnberger, von Baron Wiese etc. sind also sehr verwerflich. Noch schlechter sind Temperaturen, in welchen sogar über sich schwe-

bende Quinten enthalten sind. Hieher gehören einige, die von den besten Mathematikern aus Vorliebe für einen Ausdruck der 12 Töne in Rationalzahlen sind angegeben worden, z. B. die Keplersche, in welcher die Quinte *gis : dis* um das Verhältniss 2025 : 2048 zu hoch ist, und die Quinten *a : e* und *b : f*, jede um das Verhältniss 81 : 80, unter sich schweben, wie auch die von L. Euler durch $2^m 3^2 5^2$ ausgedrückte Reihe der 12 Töne, wo die Quinte *b : f* um 2025 : 2048 über sich schwebt, und die Quinten *d : a* und *fis : cis*, jede um 81 : 80 unter sich, weshalb sie also eben so unbrauchbar ist, wie die Keplersche.

Als ein Buch, das viel lehrreiches, wiewohl etwas weitschweifig vorgetragen, enthält, verdient hier D. G. Türk's Anleitung zu Temperaturberechnungen erwähnt zu werden.

Zweiter Theil. Kanglehre, oder von den eigenthümlichen und mitgetheil- ten stehenden Schwingungen klingender Körper.

*Vorerinnerungen, den Unterschied selbstklingender
und resonirender Körper betreffend.*

Die vielen Missverständnisse, welche durch Verwechselungen des Selbsttönens und des Resonirens entstanden sind, besonders bei vielen sonst sehr guten Untersuchungen von *Savart*, wo manches von der einen Art des Klingens gesagt auf die andere gar nicht passt, und die neuere von E. H. und W. Weber gegebenen Untersuchungen und Berichtigungen machen es nothwendig, zuvörderst den Unter-

schied zwischen selbsttönenden (selbstklingenden) und resonirenden (mitklingenden) Körpern anzugeben, und diesen als Grund einer Haupteintheilung der Kanglehre anzusehen. Dieser Unterschied ist am besten in der Wellenlehre §. 291 und 292, wie auch von deren Verfassern in der Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 13 auseinander gesetzt.

Bey manchen Aehnlichkeiten ist das Selbsttönen von der Resonanz darin sehr verschieden.

1) Selbsttönende Körper können auch durch Stösse eines nicht selbsttönenden Körpers zum Tönen gebracht werden, und wenn es durch einen selbsttönenden Körper geschieht, einen andern Ton, der ihrer eigenthümlichen Natur gemäßer ist, geben, sie tönen auch länger und stärker fort; ein resonirender Körper kann aber nur durch einen selbsttönenden Körper zum Tönen gebracht werden, giebt allemahl denselben Ton, wie dieser, tönt auch schwächer, und hört auf zu tönen, wenn dieser aufhört.

2) Bey selbsttönenden Körpern liegen die ruhig bleibenden Stellen (Schwingungsknoten oder Knotenlinien) immer symmetrisch, und eine grössere Zahl derselben ist allemahl mit einer beträchtlichen Erhöhung des Tons verbunden; bei resonirenden Körpern findet aber nicht immer Symmetrie Statt, und die Zahl der ruhig bleibenden Stellen (welche nicht immer eigentliche Schwingungsknoten sind), hat keinen Einfluss auf den Ton.

3) Zum Selbsttönen eines Körpers ist erforderlich, dass die Breite der durch Stösse erregten Wellen ein aliquoter Theil des Körpers sey, so dass eine und dieselbe Welle bei dem wiederholten Hin- und Herlaufen nach gleichen Zeiten in dieselben Punkte

ihrer schon vorher durchlaufenen Bahn zurückkehrt; bei resonirenden Körpern ist aber dieses nicht nothwendig, sondern es reicht hin, wenn sich Wellen eines selbsttönenden Körpers mit Wellen des resonirenden so durchkreuzen, dass die Kreuzungspunkte, so lange die Erregung neuer Wellen dauert, auf dieselben Stellen fallen. Selbsttönende Körper sind also nur gewisser regelmässiger Arten der Eintheilung (Schwungsarten) fähig, und können keine andern Töne geben, als die diesen angemessenen; resonirende Körper können aber durch selbsttönende gezwungen werden, sich auf andere Arten zu bewegen, und andere Töne, als die ihnen eigenthümlichen, durch ihre Schwingungen zu verstärken.

Erste Abtheilung der Klanglehre.

Von den eigenthümlichen Schwingungen selbsttönender Körper.

I. *Allgemeine Bemerkungen.* (Mit Benutzung der Wellenlehre, und der Abhandlung in der Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 12-14.)

Die stehende Schwingung, in welcher das Selbsttönen besteht, wird in Körpern, die dessen fähig sind, durch regelmässige Bewegung gleich breiter hin und her laufender Wellen hervorgebracht. Eine Welle durchläuft einen klingenden Körper oder eine Strecke desselben in derselben Zeit, in welcher dieser Körper oder diese Strecke desselben eine Schwingung macht. Bei der Zurückwerfung von den Gränzen des Körpers nimmt sie die entgegengesetzte Gestalt an. Wenn nun früher oder später zurückgewor-

fene Wellen einander begegnen, so wird bei Begegnung zweier Wellen von gleicher Gestalt die Ausweichung der Theile doppelt so gross, aber bei der Begegnung zweier Wellen von entgegengesetzter Gestalt heben sich die Ausweichungen auf, und es entsteht für den Augenblick eine Interferenz, worauf denn jede Welle ihre Bahn eben so, wie vorher, fortsetzt. An den Stellen, wo sich immer die Mitte zweier entgegengesetzter Wellen durchkreuzt, bilden sich ruhig bleibende Punkte oder Linien (Schwingungsknoten), welche als eine bleibende Interferenz anzusehen sind.

Wenn also stehende Schwingungen eines selbsttönenden Körpers sollen hervorgebracht werden, wird erfordert,

1) dass der Körper so gestaltet und so beschaffen sey, dass eine in ihm erregte Welle nach ihrer Zurückwerfung von dessen Gränzen ganz oder grösten-theils in ihre vorige Bahn zurückkehrt, und dieses in gleichen Zeiträumen wiederholt wird;

2) dass ihm durch einen andern Körper an einer passenden Stelle und in gehöriger Richtung Stösse ertheilt werden, die in ihm Wellen erregen, deren Breite ein aliquoter Theil seiner Länge ist. *) Es ist aber nicht nothwendig, dass alle Stösse hierzu geeignet sind, sondern es ist hinreichend, wenn

*) Wenn durch einen einfachen Stoss, wie bei den Anschlagen einer Saite oder Glocke, eine tönende Schwingung hervorgebracht wird, so wird sie vom ersten Augenblicke an immer schwächer, und verhallt gar bald; soll aber das Tönen anhalten, oder an Stärke zunehmen, so wird eine Reihe von fortgesetzten Stössen erfordert.

unter einer Reihe von Stößen viele sind, deren Dauer und Aufeinanderfolge in einem richtigen Verhältnisse zur Breite der zu erregenden Wellen steht, indem diejenigen Wellen, die ihre eigene Bahn nach einem gewissen Zeitraume wieder durchlaufen, durch neue ihnen angemessene Stösse verstärkt werden, die andern Wellen aber nicht, so dass diese letztern sich bald verlieren. Dieses ist der Fall bei dem Streichen mit dem Violinbogen, wo, wie in der Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 13. §. 9 recht gut gezeigt ist, die Stösse des Bogens selbst durch die Rückstösse des klingenden Körpers mehr geregelt werden, desgleichen auch bei dem Anblasen eines Blasinstrumentes durch einen schmalen Luftstrom.

Jeder selbsttönende Körper kann also alle die Eintheilungsarten oder Schwingungsarten annehmen, bei welchen die Theile zufolge gleich breiter Wellen in gleicher Geschwindigkeit zu schwingen fähig sind, und bei jeder dieser Schwingungsarten giebt er den Ton, welcher der Grösse und Gestalt der Theile zukommt, (aber keine andern). Ein Theil, der an dem einen Ende frei ist, hat allemahl ungefähr die Hälfte der Grösse eines zwischen zwei festen Gränzen befindlichen Theils, und seine Bewegung ist als eine halbe Welle anzusehen.

Mehre Arten von Schwingungen, deren ein klingender Körper fähig ist, können auch an ihm zu gleicher Zeit Statt finden, ohne dass eine die andere hindert, und man hört dabei die diesen Schwingungsarten zukommenden Töne.

In Hinsicht auf die Richtung und andere Eigenschaften, sind, wie schon anfangs bemerkt worden, longitudinale oder primäre Schwingungen,

die in Verdichtungen und Verdünnungen bestehen, von den in Beugungen bestehenden transversalen oder secundären Schwingungen *) wesentlich

*) *Savart* ist durch Verwechselung des Resonirens mit den Selbsttönen veranlasst worden, nicht nur diese beiden so sehr von einander verschiedenen Hauptarten der Schwingungen als eine anzusehen, sondern auch in den *Ann. de Chimie* t. 25, p. 18 und 260 die Begriffe und Benennungen mehr, als nöthig ist, zu vervielfältigen. Wenn an einer Platte eine die Oberfläche berührende Bewegung der Länge nach Statt findet, nennt er sie *tangential longitudinal* (ich *longitudinal*), wenn die an der Oberfläche tangential Bewegung perpendicular auf die Seitenkanten geschieht, nennt er diese Bewegung *tangentialtransversal*, (ich würde sie als eine transversale in der Richtung der Breite ansehen, sie wird zwar, wenn die Breite im Verhältniss der Länge gering ist, auch allenfalls tönende Schwingungen geben können, ausserdem aber nur, wenn man absichtlich eine Einrichtung dieser Art machen will, bei der Resonanz vorkommen). Wenn eine an der Oberfläche tangential Bewegung in schiefer Richtung geschieht, nennt er sie *tangentialschiefe* Bewegung. (Diese wird schwerlich bei selbsttönenden Körpern vorkommen, wohl aber können dergleichen Bewegungen an resonirenden Körpern erzwungen werden). Die Bewegungen, welche perpendicular gegen die Oberfläche einer Platte geschehen, nennt er *normal* (ich *transversal*). Die Ausdrücke: *tangential* und *normal* kann ich deshalb nicht billigen, weil jede mögliche Bewegung, die schiefen ausgenommen, gegen eine von den drei Dimensionen des Körpers *tangential*, und gegen die beiden übrigen *normal* ist. Ob eine von den Dimensionen oder Oberflächen des Körpers grösser oder kleiner ist, kann doch wohl im Wesentlichen der Begriffe keinen Unterschied machen.

verschieden. Dass zur Hervorbringung der Schwingungen der Stoss oder die Reibung in derselben Richtung geschehen müsse, in welcher die Schwingungen geschehen sollen, und zwar an einer Stelle, wo Bewegung seyn soll; dass aber die Haltung nirgends anders, als an einem Schwingungsknoten geschehen dürfe, versteht sich von selbst.

Die Schwingungen selbsttönender Körper kommen sehr mit den Pendelschwingungen überein, und müssen eben so, wie diese, als unendlich klein (oder unbestimmbar klein) angenommen werden.

Alle möglichen klingenden Körper können seyn

1) Durch Spannung elastisch,

A. Als Linie anzusehen, (Saiten).

B. Als Fläche anzusehen, (gespannte Membranen).

2) Durch Druck elastisch, (Luft in Blasinstrumenten).

3) Durch innere Steifigkeit elastisch,

A. Als Linie anzusehen,

a) gerade, (Stäbe).

b) krumm, (Gabeln, Ringe, und andere gekrümmte Stäbe).

B. Als Fläche anzusehen,

a) gerade, (Scheiben).

b) krumm, (Glocken, Gefässe, etc.)

In dieser Ordnung werden sie auch am schicklichsten vorzutragen seyn.

II. Schwingungen der Saiten.

A. Transversale oder sekundäre Schwingungen. (Ak. §. 52 - 59. Fr. d'Ac. §. 36 - 42.)

Die Saite schwingt hierbei in die Quere entweder ganz, oder in irgend eine Zahl von aliquoten Theilen

getheilt, und die Reihe der Töne (Flageolettöne) kommt mit der natürlichen Zahlenfolge überein. (Ak. §. 52. *Tr. d'Ac.* §. 26.) Die Bildung dieser stehenden Schwingungen aus anfänglichen fortschreitenden Wellenbewegungen ist am besten von E. H. und W. Weber gezeigt, in der Wellenlehre §. 240-254, in Schweigger's Journal der Chemie, Neue Reihe, B. 15 (1825, H. 11) S. 267 etc. und in der Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 12 u. 13. Sie lassen sich im Grossen an einem langen Seile, und im Kleinen durch aufgelegte gebogene Papierstreifen sichtbar machen.

Ueber Anwendungen dieser Schwingungen. (Ak. §. 53. *Tr. d'Ac.* §. 37.)

Ueber die Beschaffenheit der Krümmungen bei den einfachen und zusammengesetzten Bewegungen der Saite. (Ak. §. 54 und 55, §. 175-180. *Tr. d'Ac.* §. 38, 39 und §. 165-170.)

Die Schwingungszahlen der Saiten verhalten sich bei derselben Schwingungsart, wie die umgekehrten Längen, wie die umgekehrten Dicken (oder Quadratwurzeln der Schwere) und wie die Quadratwurzeln der Spannung. (Ak. §. 56, 57. *Tr. d'Ac.* §. 40.)

Eine in 2 Theile getheilte und auf eine feste Unterlage aufschlagende Saite kann einen Ton geben, der tiefer ist, als der tiefste natürliche Ton der ganzen Saite. (Ak. §. 59. *Tr. d'Ac.* §. 42.)

B. Longitudinale oder primäre Schwingungen einer Saite. (Ak. §. 60-62. *Tr. d'Ac.* §. 43-45.)

Die Saite oder jeder aliquote Theil derselben verdichtet und verdünnt sich der Länge nach abwechselnd gegen den einen und gegen den andern Gränz-

punkt. Die Töne kommen mit der natürlichen Zahlenfolge überein, und sind sehr beträchtlich höher, als bei den Transversalschwingungen, so dass sie diesen durch die stärkste Spannung wohl schwerlich viel mehr als um 2 Octaven werden können genähert werden, und richten sich nach andern Gesetzen. Sie verhalten sich wie die umgekehrten Längen, hängen nicht von der Dicke ab, und werden an Saiten die nicht sehr lang und dick sind, von der geringsten Spannung an bis zur stärksten nicht viel über einen halben Ton höher; an sehr langen und dicken Metallsaiten wird aber der anfangs bei einer äusserst geringen Spannung zwar sehr schwankende aber doch bestimmbare Ton durch einige Vermehrung der Spannung beträchtlich erhöht; wenn aber eine solche Saite durch Spannung etwas mehr Consistenz bekommen hat, lässt sich ebenfalls durch noch stärkere Spannung der Ton nicht viel weiter erhöhen. (Der anfängliche scheinbare Widerspruch meiner Beobachtungen mit den Weberschen in der Wellenlehre §. 301 ist also ausgeglichen, wie ich auch in Kastner's Archiv für Naturkunde, B. 7. H. 1. S. 85 und 89, Cäcilia, H. 15. S. 28 in der Note, und Allg. Mus. Zeitung, 1826, Num. 2 bemerkt habe.)

III. *Schwingungen gespannter Membranen.*
(Ak. §. 63, 64. *Tr. d'Ac.* §. 46, 47.)

Bei diesen Schwingungen sind die Schwingungsknoten keine Punkte, sondern Knotenlinien. Ausser dem, was in meiner Akustik und im *Traité d'Acoustique* darüber gesagt worden, ist noch ein Aufsatz von Biot in den *Mém. de Mathém. et Phys. de l'Institut de France*, t. IV. über die Eintheilungen einer achteckigen gespannten Membrane zu erwähnen. Dieser Gegenstand gehört übri-

gens unter die, welche noch am wenigsten untersucht sind.

IV. *Schwingungen der Luft in Blasinstrumenten.* (Ak. §. 65-78. *Tr. d'Ac.* §. 48-67. N. Beitr. S. 61-69. Wellenlehre §. 275-288. Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 14. *Savart* in *Ann. de Chim.* t. 24, p. 56, und t. 29, p. 404.

Hier kann nur von solchen stehenden Schwingungen der Luft die Rede seyn, wo sie selbsttönder Körper ist, die stehenden Schwingungen, wenn sie resonirt, gehören in die zweite Abtheilung der Kanglehre, und die fortschreitenden Schwingungen, wenn der Schall durch sie verbreitet wird, gehören in den dritten Theil der Akustik.

Zur Hervorbringung der Luftschwingungen in einer Röhre wird erfordert, dass die darin enthaltene Luft auf irgend eine Art wiederholte Stösse in angemessenen Zeiträumen erhalte. Dieses geschieht am gewöhnlichsten durch Anblasen, wo es hinreicht, wenn unter vielen Stößen mehre sind, die mit den Schwingungen der Luft übereinkommen *), wie denn an einer an das Ohr gehaltenen Röhre schon ein blos durch das Tagesgeräusch entstehender schwacher Ton zu hören ist; es kann aber auch, wie *Savart* entdeckt hat, durch Vorhalten eines klingenden Körpers, welcher denselben Ton, oder einen der nächsten harmonischen Töne giebt, geschehen.

*) Man kann nicht mit der Behauptung *Savart's* übereinstimmen, dass der Luftstrom, durch welchen die Luftsäule in den Pfeifen selbst zu tönen veranlasst wird, auch selbst denselben Ton gebe, welches auch von E. H. und W. Weber in der *Allg. Mus. Zeitung* 1826, Num. 14. S. 236 und 237 berichtigt ist.

Ich bediene mich zu diesen letztern Versuchen gewöhnlich eines Arzneiglases, welches ich durch eingegossenes Wasser so abstimme, dass die darin enthaltene Luft bei dem Hineinblasen denselben Ton giebt, wie der vorzuhaltende klingende Körper.)

In Orgelpfeifen und Blasinstrumenten wird vermittelst eines durch eine enge Spalte dringenden Luftstromes (welcher eben so, wie bei andern Körpern das Streichen mit dem Violinbogen wirkt) die in einer Röher eingeschlossene Luft der Länge nach in schwingende Bewegung gesetzt, und zwar entweder durch Vorbeistreichen des schmalen Luftstroms, wie in den Labialpfeifen, die man auch Flötenwerke nennt, oder durch Hülfe einer mit zitternden Lamelle, welche Zunge genannt wird, wie bei den Zungenpfeifen oder Rohrwerken. *)

An Labialpfeifen oder Flötenwerken und an den mit diesen übereinkommenden Blasinstrumenten verhalten sich die Töne, welche sich darauf hervorbringen lassen, wie die umgekehrten Längen der Theile, in welche sich die darin befindliche Luftstrecke eintheilt, einen an beiden Enden begränzten Theil für das doppelte eines an einem offenen Ende

*) Der in der Wellenlehre §. 283 angegebene Unterschied, ob eine ruhende, d. i. an ihrem Orte bleibende Luftsäule, wie in den Pfeifen der Flötenwerke, oder ob ein Luftstrom in schwingende Bewegung gesetzt wird, scheint mir weniger wesentlich zu seyn, als die Mitwirkung oder Nichtmitwirkung einer zitternden Lamelle, weil doch in Hörnern, Trompeten u. s. w. wo die Luft ebenso, wie in Rohrwerken durchströmt, die Schwingungen sich nach den Gesetzen der Flötenwerke richten.

befindlichen Theiles gerechnet, oder wie die Zahlen solcher Halbtheile (wie ich sie in meiner Akustik genannt habe, weil ein an einem offenen Ende befindlicher Theil die halbe Breite einer Welle, ein zwischen zwei Gränzen eingeschlossener aber die ganze Breite einer Welle enthält.) Die möglicher Weise hervorzubringenden Töne verhalten sich also an einer gedeckten, d. i. an einem Ende verschlossenen Pfeife, wie 1, 3, 5, 7 etc. und an einer an beiden Enden offenen Pfeife von derselben Länge, wie 2, 4, 6, 8 etc. (oder wenn man die letztere für sich betrachtet, und den tiefsten Ton um eine Octave höher, als bei einer eben so lange gedeckten Pfeife annimmt, wie 1, 2, 3, 4 etc.) Es ist nämlich erforderlich, dass sich die Breite einer ganzen Welle zur Länge der Pfeife, diese als Einheit angesehen, verhalte, in gedeckten Pfeifen, wie 2, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{7}$ etc. und in offenen Pfeifen, wie 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ etc. *)

Wie die verschiedenen Arten der stehenden Luftschwingungen in einer Labialpfeife aus anfänglichen fortschreitenden und von den Enden zurückgeworfenen Wellen entstehen, wobey die Welle, wenn sie von einem verschlossenen Ende zurückgeworfen wird, ihren Charakter behält, wenn sie aber von einem offenen Ende zurückgeworfen wird, ihren Charakter ändert, so dass aus einer verdichtenden Welle eine verdünnende und aus einer verdünnenden Welle eine

*) Um Unrichtigkeiten zu vermeiden, muss ich bemerken, dass in der Wellenlehre §. 281, Z. 5 — 7 (durch ein Versehen, da es sonst richtig bestimmt ist) die Zahlen für die Verhältnisse der Breite der Wellen zur Länge der Röhre nicht richtig angegeben sind, welches auf die hier angegebene Art abzuändern ist.

verdichtende wird, ist von E. H. und W. Weber in der Wellenlehre §. 275-280, und in der Allg. Mus. Zeitung 1826, Num. 14 sehr deutlich gezeigt worden, wo auch in den Figuren der Gang der Wellen, die Grade der Geschwindigkeiten der Lufttheilchen, wie auch die Grade der Verdichtungen und der Verdünnungen auf eine sinnreiche Art gewissermassen bildlich dargestellt sind.

Die Töne verhalten sich an Labialpfeifen, wenn die Breite der Röhre gegen die Länge gering ist, wie auch, wenn die Erschütterung an der ganzen Mündung geschieht, wie die umgekehrten Längen; wenn aber die Breite mehr, als ungefähr $\frac{1}{6}$ der Länge beträgt, und wenn die Erschütterung nur an einem Theile der Mündung geschieht, hängen die Töne auch von den übrigen Dimensionen der Röhre ab, worüber *Savart* in den *Ann. de Chim.* t. 24 (Sept. 1823) p. 56 und t. 29 (Août 1825) p. 404 sehr merkwürdige Untersuchungen nebst Vorschlägen zur Anwendung auf den Orgelbau bekannt gemacht hat. In dem ersten dieser Aufsätze, aus welchem W. Weber das Wesentlichste in Schweigger's Journal der Chemie, N. R. B. 14 (1825. H. 8) S. 422 etc. mitgetheilt hat, wird auch gezeigt, wie man mittelst einer in die Röhre an einem Faden hineingelassenen in einen Ring gespannten dünnen Membrane, die mit Sand bestreut ist, die Stellen der Schwingungsknoten und der stärksten Schwingungen finden könne.

An Blasinstrumenten, die mit Seitenlöchern versehen sind, wird durch deren Oeffnung die schwingende Luftstrecke verkürzt, und also der Ton erhöht. (N. Beytr. S. 67-69.) Nach welchen Gesetzen dieses geschieht, ist noch nicht genug untersucht.

Ueber die Schwingungen der Luft in Zungenpfeifen, welche kürzer seyn können, als Labialpfeifen, sind die besten Untersuchungen die von E. H. und W. Weber in der Wellenlehre §. 285 - 288, wo sie gezeigt haben, dass an Pfeifen, an die keine lange Röhre angesetzt ist, der Ton von der Länge, Dicke und Elasticität der Zunge abhängt, in geringem Grade auch von der Weite der Röhre; wenn aber die Röhre sehr lang ist, vorzüglich von deren Länge, in welchem Falle die Länge der Zunge keinen beträchtlichen Einfluss auf den Ton aussert; dass die Länge der zum Tönen gebrachten Luftsäule ziemlich ein Drittheil der Länge hatte, die in der Pfeife eines Flötenwerkes zu demselben Tone erfordert würde; dass auch in Zungenpfeifen höhere Töne mit Schwingungsknoten (Flageolettöne) Statt finden, die mit den Zahlen 1, 3, 5 u. s. w. übereinkommen; dass also Zungenpfeifen in dieser Hinsicht sich verhalten, wie Pfeifen, deren eines Ende verschlossen, das andere aber offen ist. Der Vorgang bei der Entstehung dieser stehenden Luftschwingungen aus anfänglichen fortschreitenden Wellen, ist in §. 287 und 288 gezeigt.

Mit dem Mechanismus der Zungenpfeifen hat die Stimme der Menschen und Thiere viele Aehnlichkeit und zwar scheint das menschliche Stimmwerkzeug am meisten einer kurzen Zungenpfeife (nicht Labialpfeife) mit dilatabeln Wänden ähnlich zu seyn, worüber *Savart* eine merkwürdige Abhandlung in den *Ann. de Chim.* t. 30 (Sept. 1825) p. 64 geliefert hat, von welcher eine Uebersetzung in der *Cäcilia*, H. 15, S. 229 nebst Bemerkungen von Gottfried Weber, wie auch eine in den Notizen

aus dem Gebiete der Natur- und Heilkunde, Num. 270 (Febr. 1826) sich befindet. Den Vorgang bei der Hervorbringung der menschlichen Sprachlaute habe ich in den *Annalen der Physik*, B. 76, (1824, 2 St.) S. 187 etc. gezeigt.

Abhängigkeit der Töne der Luft von deren Dichtigkeit und Elasticität. (Ak. §. 76. *Tr. d'Ac.* §. 64.)

Zu den Schriften über die stehenden Luftschwingungen, die in der Ak. §. 77, in N. Beytr. S. 63-69, im *Tr. d'Ac.* §. 65, und hier angeführt sind, ist hinzuzufügen: *Poisson sur le mouvement des fluides élastiques dans des tuyaux cylindriques*, nebst *Expériences de M. Biot sur les sons des tuyaux cylindriques qui contiennent deux gaz superposés, comparées à la théorie du mémoire précédent*, in den *Ann. de Chimie* t. VII. p. 288 und 299, und *Poisson sur la théorie des instrumens à vent*, in den *Ann. de Chimie* t. X. p. 129.

Ueber die Töne verschiedener Gasarten. (Ak. §. 204. N. Beytr. S. 79-80. *Tr. d'Ac.* §. 67.) Ausser den angeführten Versuchen sind auch ähnliche angeführt worden, von *Biot*, (*Bulletin de la société philomatique* 1816, p. 192), wie auch von den Professoren *Richard van Rees*, v. *Frémery*, und *Moll* zu Utrecht, (*Bibliothèque universelle*, Oct. 1820. p. 102. *Schweigger's Journal für Chemie*, B. 33, S. 235.

Ueber den Klang bei dem Brennen des Wasserstoffgas in einer Röhre, wo die Gesetze mit denen einer Labialpfeife übereinkommen. (Ak. §. 78. N. Beytr. S. 69. *Tr. d'Ac.* §. 66.)

V. Schwingungen gerader Stäbe.

A. Transversale Schwingungen. (Ak. §. 79-87. *Tr. d'Ac.* §. 68-76.)

Die Schwingungsarten und die Reihen der Töne sind in folgenden 6 Fällen verschieden:

1) Wenn ein Ende ganz fest und das andere frey ist. Der Stab kann ganz hin und her schwingen, oder so, dass sich 1, 2 und mehr Schwingungsknoten bilden. Der Ton der ersten Schwingungsart verhält sich zu dem der zweiten, wie das Quadrat von 2 zum Quadrat von 5, und von dem zweiten Tone an verhalten sich die Töne, wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 etc.

2) Wenn ein Ende auf eine feste Grundlage angestemmt, und das andere frey ist, können 1, 2, 3 und mehr Schwingungsknoten seyn, und die Reihe der Töne ist, wie die Quadrate von 5, 9, 13, 17 etc. Der tiefste Ton im vorigen Falle verhält sich zum tiefsten in diesem Falle, wie $144 : 625$, oder $12^2 : 25^2$.

3) Wenn beyde Enden frey sind, können 2, 3, 4 und mehr Schwingungsknoten seyn, und die Töne verhalten sich wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9 etc. und sind dieselben, wie in dem ersten Falle, von dem zweyten Tone an gerechnet.

4) Wenn beyde Enden angestemmt sind, schwingt der Stab eben so, wie eine Saite bey ihren transversalen Schwingungen, entweder ganz, oder in aliquote Theile getheilt, und die Reihe der Töne kommt mit den Quadraten von 1, 2, 3, 4 etc. überein. Das Verhältniss des tiefsten Tones im ersten Falle zu dem tiefsten in diesem Falle ist wie 9 zu 25.

5) Wenn beyde Enden ganz fest sind,

schwingt der Stab auch ganz, oder in 2, 3, oder mehr Theile getheilt; die Reihe der Töne ist dieselbe, wie im dritten Falle.

6) Wenn ein Ende ganz fest, das andere aufgestemmt ist, kann der Stab ebenfalls entweder ganz, oder in 2, 3 oder mehr Theile getheilt schwingen, und die Reihe der Töne ist dieselbe, wie im zweyten Falle.

Bei gleicher Schwingungsart und Materie verhalten sich die Töne transversal schwingender gerader Stäbe, und auch gekrümmter von ähnlicher Gestalt, wie die Dicke und wie die umgekehrten Quadrate der Längen, und bei verschiedenen Materien auch, wie die Quadratwurzeln der Elasticität und wie die umgekehrten Quadratwurzeln der Schwere. Die Breite, insoweit sie gleichförmig ist, trägt nichts zur Bestimmung des Tones bey.

Die Erzählung, dass Pythagoras die Töne der Hämmer in einer Schmiede soll mit den Gewichten übereinstimmend gefunden, und es hernach auf Spannung der Saiten angewendet haben, ist der Natur nicht gemäss.

B. Longitudinalschwingungen der Stäbe.
(Ak. §. 88-96. *Tr. d'Ac.* §. 77-83.)

Diese Schwingungen, deren Daseyn, Eintheilungsarten und Tonverhältnisse von mir zuerst entdeckt sind, richten sich nach denselben Gesetzen, wie die Schwingungen der Luft in Blasinstrumenten. Nachdem der Stab an beyden Enden frey, oder an einem Ende *), oder an beyden Enden

*) *Savart* hatte anfangs in den *Ann. de Chimie* t. 14. Juin 1820, p. 116-119 dem widersprochen, was von

ganz fest ist, kommen die Töne mit den Reihen der geraden oder ungeraden Zahlen überein. Sie sind sehr beträchtlich höher, als bei den Transversalschwingungen.

Die Töne verschiedener Materien scheinen sich wie die Quadratwurzeln der longitudinalen Steifigkeit und wie die umgekehrten Quadratwurzeln der Schwere zu verhalten. Bei gleicher Schwingungsart und Materie verhalten sie sich, wie die umgekehrten Längen, und hängen weder von der Dicke noch von der Breite des Stabes ab. An den von mir untersuchten Materien, welche die höchsten Töne gaben, waren sie um etwas mehr als 4 Octaven höher, als der Ton einer eben so langen Luftstrecke bei derselben Schwingungsart.

F. Savart hat in den *Ann. de Chimie* t. XIV. von p. 118 bis 137 und hernach in derselben Zeitschrift t. XXV. p. 225 etc. viele sehr interessante

mir über die longitudinalen Schwingungen eines an einem Ende befestigten Stabes war gesagt worden, und weil ihm dieser so leichte Versuch damahls nicht gelungen war, deren Hervorbringung für unmöglich erklärt, und in dieser falschen Voraussetzung sich die Aeusserung erlaubt, ich möchte wohl überhaupt hierüber mehr aus der Analogie mit Luftschwingungen geschlossen, als durch wirklich angestellte Versuche gefunden haben (!). Nachdem ich aber in den *Ann. de Chimie* t. 20 mai 1822, p. 74 (so wie auch in den *Annalen der Physik* B. 68, S. 160 etc.) das nöthige dagegen gesagt, und noch deutlicher angegeben hatte, wie das Experiment anzustellen sey, hat er diese Schwingungen, nach *Ann. de Chim.* t. 25, p. 246 - 247 ebenfalls hervorgebracht, und zu weitem Untersuchungen angewendet.

Untersuchungen über longitudinal schwingende Stäbe, Streifen und Röhren bekannt gemacht, von denen einiges hier zu erwähnen ist, einiges aber erst später, bei der Lehre von der Resonanz fester Körper. Aus dem letztern Aufsätze ist das Wesentlichste in der Wellenlehre §. 302-305, und noch etwas ausführlicher von W. Weber in Schweigger's Journal für Chemie, N. R. B. 14, 1825, H. 8, S. 389 und B. 15, 1825, H. 11, S. 290-296 und S. 298-306 mitgetheilt, mit theils bestätigenden, theils berichtigenden Bemerkungen, in Folge vieler mit Genauigkeit angestellten Experimente. *Savart* hat longitudinal schwingende Körper, die eine hinreichende Breite hatten, durch Aufstreuen des Sandes untersucht, welcher nicht, wie bei den Klangfiguren transversal schwingender Körper, in die Höhe geworfen wird, sondern sich hin und her schiebt, und auf Linien liegen bleibt, die nicht (wie die bei den Transversalschwingungen), unter einander liegen; sondern so, dass die Ruhelinien der einen Fläche sich mitten zwischen zwey solchen Linien auf der andern Fläche befinden, und es lässt sich ein Zusammenhang der ruhig bleibenden Linien auf der einen Fläche zu denen der entgegengesetzten durch die Seitenflächen wahrnehmen. An cylindrischen Stäben, Röhren und Saiten, wo er einen locker aufgelegten Ring von Papier angewendet hat, zeigten sich die ruhig bleibenden Linien schraubenförmig; ihre Windungen sind nicht gleichförmig, und an Röhren liegen sie auf der äussern und innern Oberfläche nicht senkrecht unter einander, sondern gewöhnlich um die Hälfte einer Windung verschoben. E. H. und W. Weber haben sie auch bisweilen kreisförmig

gefunden, und bemerkt, dass gewöhnlich eine den Sand sammelnde Linie mit einer den Sand zerstreuen abwechselt. (Diese Ruhelinien des Sandes sind aber, wiewohl sie *Savart* auch *lignes nodales* nennt, nicht als eigentliche Knotenlinien, und die Stellen, wo sie sich zeigen, nicht als Schwingungsknoten oder Gränzen schwingender Theile anzusehen; die Zahl und Lage dieser Linien hat auch auf den Ton keinen Einfluss. Allem Ansehen nach rühren sie von einem schlangenförmigen oder schraubenförmigen Gange her, den die Bewegungen der Molecülen nehmen).

C. Drehende Schwingungen der Stäbe.
(Ak. §. 97, 98 und §. 133. *Tr. d'Ac.* §. 84-87.)

Hier drehen sich die schwingenden Theile des Stabes um dessen Längsaxe abwechselnd rechts und links schraubenförmig nach entgegengesetzten Richtungen. Diese Schwingungen sind also hier wegen der von der vorigen verschiedenen Richtung an cylindrischen und prismatischen Stäben zu erwähnen, dürfen aber nicht im Allgemeinen als eine besondere Classe von Schwingungen aufgeführt werden, weil sie mit einer Reihe von Transversalschwingungen eines breiten Streifen, oder einer Scheibe, wo eine Knotenlinie der Länge nach vorhanden ist, im Wesentlichen ganz übereinkommen, welches ich auch schon in meiner Akustik §. 133, und im *Traité d'Acoustique* §. 87, 98 und 124, 3 weit früher als *Savart*, gesagt habe.

Die Eintheilungen in schwingende Theile und die Verhältnisse der Töne unter sich, sind eben so, wie bei den Longitudinalschwingungen, nur ist (wenn

Breite und Dicke einander gleich sind), jeder Ton um eine Quinte tiefer. *)

VI. *Schwingungen gekrümmter Stäbe.*
(Ak. §. 99 — 101. *Tr. d'Ac.* §. 88 — 90.)

An einem gabelförmig gebogenen Stabe (d. i. der in der Mitte so gebogen ist, dass die beyden Schenkel parallel und einander sehr nahe sind), schwingen beyde Schenkel entweder ganz gegen und von einander, oder es befinden sich an jedem Schenkel 1 oder mehr Schwingungsknoten. Der tiefste Ton verhält sich zum zweyten, wie das Quadrat von 2 zum Quadrat von 5, und von dem zweyten an verhalten sich die Töne, wie die Quadrate von 3, 4, 5 u. s. w. Der tiefste Ton einer Gabel ist um eine übermässige Quinte oder $4^2 : 5^2$ höher, als wenn derselbe Stab gerade wäre, und es lässt sich an einem geraden Stabe, wenn er in der Mitte immer mehr gebogen wird, der Uebergang zu einer Gabel nebst der allmählichen Erniedrigung des Tons und den Zusammenrücken der Schwingungsknoten beobachten. (Ak. §. 99. *Tr. d'Ac.* §. 88. Beitr. z. prakt. Ak. §. 9.)

Wenn man den einen Schenkel eines gabelförmig gebogenen Stabes am Ende, oder auch in einer Strecke, die wohl den dritten Theil des Schenkels

*) *Savart* hat dieser Behauptung in *Ann. de Chimie* t. XXV. p. 138 etc. widersprochen, aber nicht mit Grund, weil ich nicht von breitem Streifen oder schmalen Platten (*lames*) wo die Töne weiter aus einander sind, sondern nur von solchen Stäben, wo Breite und Dicke einander gleich sind, (*verges*), geredet, und im *Traité d'Acoustique* §. 87 nur cylindrische und prismatische Stäbe erwähnt habe.

betragen kann, an einen festen Gegenstand stemmt, (wobei es hinreicht, wenn es mit den Fingern geschieht), so erhält man durch Anschlagen oder durch Streichen mit dem Violinbogen einen Ton, der um eine Quinte tiefer ist, als der tiefste gewöhnliche Ton derselben Gabel. Wenn man zwey Gabeln, die an Grösse, Stärke und Ton übereinkommen, oder nicht sehr verschieden sind, jede nicht weit von dem Ende eines ihrer Schenkel mit den Fingern fest zusammendrückt, oder mit einem Faden fest zusammen bindet, oder sonst auf irgend eine Art vereinigt, welches in sehr verschiedenen Lagen, und in einer Strecke, die wohl den dritten Theil der Länge der zusammengefüigten Schenkel beträgt, geschehen kann, so bilden diese beyden Gabeln ein gemeinschaftliches Klangsystem, dessen Ton ebenfalls um eine Quinte tiefer ist, als der Ton einer jeden von diesen Gabeln für sich, oder, wenn deren Töne etwas verschieden sind, als der Ton, der zwischen beyden in der Mitte liegt. (Beytr. z. prakt. Ak. §. 9.)

Wenn man einem Stabe eine solche Biegung giebt, dass die äussern Theile convergiren, aber die Mitte mehr oder weniger gerade bleibt, so werden dadurch ebensowohl, wie durch eine gabelförmige Biegung, die Schwingungsknoten einander genähert, und der Ton erniedrigt, und zwar um desto mehr, je näher die Biegung nach der Mitte zu geschieht, und je mehr die Enden gegen einander gebogen werden. Gabelförmige, dreyeckige, kreisförmige, elliptische oder auch spirale Biegungen eines Stabes sind nicht als wesentlich verschieden, sondern nur als Abänderungen anzusehen. Wenn, zu Folge einer sehr zusammengebogenen Gestalt zwey Schwingungsknoten

einander sehr nahe sind, verträgt ein gebogener Stab an einer solchen Stelle eine starke Befestigung, etwa mittelst eines Stiels, oder sonst durch festes Auflegen oder Einklemmen; wenn aber die Schwingungsknoten weiter aus einander sind, verträgt ein Stab an seinen Schwingungsknoten nur eine schwache Befestigung, etwa durch Auflegen oder Aufbinden auf eine sehr schmale etwas weiche oder elastische Unterlage, wenn die Schwingungen nicht sollen gehindert oder erschwert werden. (Beytr. z. prakt. Ak. §. 10 und 11.)

Wie gerade sowohl, als auf mannigfache Art gekrümmte Stäbe zum Bau solcher Instrumente, wo die Töne nach Belieben mit anwachsender, gleichbleibender oder abnehmender Stärke fortdauern, können angewendet werden, und zwar sowohl zu einem Clavicylinder, wo klingende Körper entweder unmittelbar, oder mittelbar mittelst eines damit verbundenen etwas lenkbaren Streichstabes durch die Reibung einer sich umdrehenden Walze, der man sie durch Niederdrücken der Tasten nähert, in schwingende Bewegung gesetzt werden, oder zu einem Euphon, wo Transversalschwingungen klingender Körper durch longitudinales Streichen eines damit verbundenen gläsernen dünnen Stabes mit nassen Fingern hervorgebracht werden, habe ich in meinen Beyträgen zur praktischen Akustik gezeigt, und nothwendige Nachträge dazu nebst manchen Verbesserungen in der Allg. Mus. Zeitung 1822, Num. 49, 50 und 51 geliefert. Bei dieser Gelegenheit muss ich hier den allgemeinen Satz beifügen, auf welchen bey jeder möglichen Einrichtung eines solchen Instrumentes Rücksicht zu nehmen ist,

dass an gekrümmten Stäben, die Krümmung sey, welche man wolle, die Richtung, in welcher jeder Punkt sich bewegt, gegen den nächsten Schwingungsknoten ungefähr als tangential anzusehen ist, dass also auch das Streichen, wie auch die Anbringung des Streichstabes in einer solchen Richtung geschehen muss.

Ein Ring, d. i. ein kreisförmig ohne Unterbrechung in sich übergehender Stab kann sich in 4, 6, 8 und mehre schwingende Theile eintheilen, wobey sich die Reihe der Töne wie die Quadrate von 3, 5, 7 u. s. w. verhält. (Ak. §. 100. *Tr. d'Ac.* §. 89). An runden Stäben dieser Art finde ich, dass die Schwingungen am leichtesten in einer gegen die Ebene des Ringes normalen Richtung geschehen; nach aussen und nach innen geschieht es etwas weniger leicht, aber die Tonfolge ist ebendieselbe, nur mit einer sehr kleinen Erhöhung der Töne. Die Untersuchungen habe ich ebensowohl durch Streichen eines unter den gehörigen Winkel mit Siegellak angekitteten dünnen Glasstäbchens mit nassen Fingern, als durch Streichen mit dem Violinbogen angestellt. (Wenn der Zusammenhang irgendwo unterbrochen ist, schwingt ein solcher kreisförmig gebogener Stab so, wie es vorher an Gabeln ist bemerkt worden, und gehört also nicht hierher.)

VII. *Schwingungen der Scheiben.*

Nothwendige Vorerinnerungen.

Um Misverständnisse zu vermeiden, muss ich vorläufig bemerken, dass hier nur von solchen Scheiben die Rede ist, die homogen, d. i. nach allen Richtungen gleichartig elastisch, und als selbsttönend und ganz frey schwingend anzusehen sind, so wie überhaupt meine Untersuchungen an klingenden

Körpern, wo nicht das Gegentheil ausdrücklich bemerkt ist, von homogenen, selbsttönenden und frey schwingenden Körpern zu verstehen sind. Von manchen sonst guten Untersuchungen an Scheiben von *Savart*, wo er die Scheiben nicht mit dem Violinbogen unmittelbar gestrichen, sondern durch Streichen einer damit verbundenen gespannten Saite in Bewegung gesetzt hat *), kann also erst bey der Lehre von der Resonanz einiges gesagt werden. An Scheiben, die nicht homogen sind, z. B. an hölzernen, ist der Ton bey derselben Zahl der Knotenlinien, wenn sie in der Richtung der Fasern gehen, weit tiefer, als in der Querrichtung. An Scheiben, die an gewissen Stellen unbeweglich sind, würden die Anordnungen der Knotenlinien, so wie auch die Tonverhältnisse auch wieder anders seyn, als sie von mir an frey schwingenden Scheiben sind angegeben worden. (Wenn *Savart* also in den *Ann. de Chimie*, t. XIV. S. 168 sagt, es könne eine runde Scheibe tiefere Töne geben, als die von mir angegebenen, wenn sie sich nicht in schwingende Theile eintheilte, sondern in einem Punkte befestigt wäre, und sich ganz hin und her bewegte, so gehört dieses gar nicht hieher, und kann nicht als Widerspruch gelten, indem dieser Fall von den Schwingungen einer ganz freyen Scheibe eben so verschieden ist, wie die transversalen Schwingungen eines an einem Ende befestigten Stabes (s. vorher V. A. 1) von den Schwingungen eines an beyden Enden freyen Stabes (V. A. 3.) Eben deshalb habe ich auch in meiner Akustik §. 117 und 141 und im *Traité d'Acoustique* §. 109 und 131 die in Fig. 97 und 98 an viereckigen Scheiben, und in Fig. 122—126

*) Richtige Bemerkungen hierüber von W. Weber finden sich in Schweigger's Journal der Chemie, B. 15, 1825, H. 11. S. 296.

an runden Scheiben dargestellten Schwingungsarten, (wo Fig. 97 und 122 auch tiefere Töne geben, als Fig. 63 und 99), von den übrigen abgesondert, weil sie keine Schwingungen einer ganz freyen Scheibe sind, sondern sich zu diesen eben so verhalten, wie die Schwingungen eines Stabes, dessen eines Ende angestemmt ist (vorher V. A. 2) zu denen eines an beyden Enden freyen Stabes (V. A. 3.) *) Wollte man Dinge, die unter ganz verschiedene Kategorien gehören, mit einander verwechseln, so würde dadurch nur Verwirrung in die Wissenschaft gebracht werden.

A. Allgemeine Bemerkungen über die Schwingungen der Scheiben. (Ak. §. 102-107. *Tr. d'Ac.* §. 91 - 98. Manches besser in N. Beytr. 1. Abhandl.)

Was an einem Stabe Punkt war, ist hier Linie, und was Linie war, ist hier Fläche. Man ist, ohngeachtet aller bisherigen sonst sehr achtungswerthen Bemühungen noch nicht so weit gekommen, diese Flächenschwingungen eben so, wie die linearen Schwingungen auf dem Wege der Theorie bestimmen zu können. (Ich bin immer noch der Meynung, dass das

*) Eben so war es ein (damals sehr verzeihliches) Versehen von mir, dass ich in meiner ersten Schrift: Entdeckungen über die Theorie des Klanges, Leipzig, 1787, (welche jetzt nur allenfalls noch einen historischen Werth haben kann, da der Inhalt seitdem durch bessere Untersuchungen überflüssig geworden ist) in Fig. 1 eine Schwingungsart einer runden Scheibe mit nur einer hindurch gehenden Knotenlinie dargestellt habe; eine solche Schwingungsart konnte nämlich nur an einer metallenen, in der Mitte mit einem Zapfen, der in einen Schraubstock fest eingespannt ward, versehenen Scheibe mit Mühe erzwungen werden, an einer freyen Scheibe ist es aber nicht möglich.

sicherste und das einzige Mittel, um hierin weiter zu kommen, das wäre, welches ich im *Traité d'Acoustique*, S. 98 und in den N. Beytr. S. 70 vorgeschlagen habe.)

Zu Hervorbringung der verschiedenen Schwingungsarten wird die Scheibe an einer, oder zwey Stellen, wo Knotenlinien sind, *) am besten wo zwey solche Linien einander durchkreuzen, gehalten, (besser mit zugespitzten Fingern, wenn diese geschickt genug dazu sind, als mit einer nur als Surrogat der Finger anzusehenden Zwingen, wo man die bisweilen nöthigen kleinen Verrückungen weniger in seiner Gewalt hat), und an einer sich bewegenden Stelle mit dem Violinbogen gestrichen. **) Aufgestreuter Sand oder irgend eine andere körnige Materie wird von den schwingenden Stellen in die Höhe geworfen, und häuft sich an den Knotenlinien an; ganz feiner Staub ballt sich aber auch auf den mittlern Stellen der schwingenden Theile zusammen, wo die Excursionen

*) Ich kann es nicht billigen, wenn Manche die Scheibe an Stellen des Randes halten, wo sich Knotenlinien enden, weil diese Linien nach dem Rande zu am schmalsten sind, und also durch eine solche Haltung den Schwingungen mehr Gewalt angethan wird, so dass die Figuren öfters mehr verzerrt erscheinen, als wenn man die Scheibe an einer schicklichen Stelle weiter nach innen hält, und zwar nicht fester, als nothwendig ist.

**) Wenn man die Scheibe nicht unmittelbar mit dem Violinbogen sondern nach *Savart's* Methode durch Streichen einer an die Scheibe fest angelehnten gespannten Saite in Bewegung setzen will, wird man mehr erzwungene Resonanzschwingungen erhalten, die sich hauptsächlich nach den Schwingungen der Saite richten, als eigenthümliche Schwingungen einer freyen und selbsttönenden Scheibe.

am grösten sind. Dünne gläserne Scheiben sind, (wiewohl hierin widersprochen worden ist), wenn man sie gehörig auszusuchen weiss, den metallenen weit vorzuziehen, weil man sie leichter von gleichförmiger Dicke und Consistenz haben, und also meistens die Figuren darauf regelmässiger hervorbringen kann. (Wenn auf einer mit Wasser benetzten Oberfläche der Scheibe sich bey den Schwingungen ein netzförmiges Gewebe zeigt, so ist dieses kein Gegenstand, aus dessen genauerer Untersuchung sich etwas besonderes ergeben könnte, sondern nur eine Folge der durch Zitterungen der Scheibe erregten Wasserwellen, welche desto dichter und kleiner werden müssen, je kleiner die schwingenden Theile sind, und je schneller sie schwingen.)

Die Klangfiguren der Scheiben sind allemahl so regelmässig und symmetrisch, als die Umstände (d. i. die mehr oder mindere Gleichförmigkeit der Dicke, die Genauigkeit der Gestalt, und die mehr oder weniger zweckmässige Haltung) es verstatten, weil keine stehende Schwingung eines selbsttönenden Körpers möglich ist, wenn die Theile nicht im Stande sind, sich in gleicher Geschwindigkeit zu bewegen. Die Gestalten und Lagen der Knotenlinien sind, gewöhnlich mit Beybehaltung einer Symmetrie, manniglicher Abänderungen oder Verzerrungen fähig. Zwey parallele gerade Linien, oder Theile solcher Linien können nämlich entweder

1) sich gegen einander krümmen, einander in diagonalen Richtungen durchschneiden *), sich nach

*) Wenn bey den Durchkreuzungen zweyer oder mehrer Knotenlinien sich das Innere mehr oder weniger hyperbolisch abgerundet zeigt, (besonders, wenn man viel Sand aufstreut) so ist dieses nicht etwa so anzusehen,

der andern Seite zu in krumme Linien, deren Gestalt einer Hyperbel einigermaßen ähnlich ist, und hernach in parallele gerade Linien in der Lage, welche gegen die erste normal ist, verwandeln, oder

2) sich aus einander krümmen, hernach eine fast kreisförmige Gestalt, oder Viereck mit abgerundeten Ecken bilden, die sich auch mit denen des benachbarten abgerundeten Vierecks verbinden, und in diagonalen Richtungen durchkreuzen können; dieses Viereck kann sich auch wieder in zwey krumme nach der andern Seite zu von einander abwärts gekehrte Linien, und auch in gerade mit einander parallele Linien nach der gegen die erste normalen Richtung verwandeln. Das erste bezeichne ich durch die Benennung: *Concavität*, und das andere durch die Benennung: *Convexität*. Folgendes ist also das einfachste Alphabet aller Klangfiguren, ohne welches kein richtiges Verständniss derselben möglich ist:

1) Uebergänge durch *Concavität*:

—) ×) (| |

2) Uebergänge durch *Convexität*:

— (○ () | |

als ob, (wie behauptet worden ist), die Linien sich nicht durchschnitten, und immer nur eine Art von Hyperbel bildeten, sondern es kommt diese Abrundung nur daher, weil an solchen schmälern Stellen weiter im Innern die Exkursionen der schwingenden Theile zu klein sind, als dass sie Kraft genug haben sollten, den Sand eben so in die Höhe zu werfen, wie es an den weiter davon entfernten Stellen geschieht, wo die Exkursionen grösser sind.

In manchen Fällen kann ein vollkommener Uebergang von dem einen Extrem zum andern Statt finden, und durch kleine Verschiedenheiten des Haltens bewirkt werden, ohne Veränderung des Tons; in andern Fällen aber können sich die Figuren nicht anders, als in einem sehr concaven oder convexen Zustande zeigen, und die concave Figur giebt alsdenn allemahl einen tiefern Ton als die convexe bey derselben Zahl der Knotenlinien nach der einen und andern Richtung. (Ich finde sehr leicht, diese Uebergänge in allen Abstufungen durch Versuche sehr deutlich zu zeigen.)

Wie diese stehenden Schwingungen durch regelmässige Begegnung fortschreitender Wellen entstehen, und wie auch an tropfbaren Flüssigkeiten manche solchen Klangfiguren analoge Arten von stehenden Schwingungen hervorgebracht werden, ist in der Wellenlehre §. 255 gezeigt.

Diese Klangfiguren der Scheiben sind von den Resonanzfiguren, wie in der Wellenlehre §. 294 sehr gut auseinander gesetzt ist, im folgenden sehr verschieden:

1) Die Knotenlinien der Klangfiguren liegen immer so symmetrisch als möglich; die der Resonanzfiguren können ebensowohl auch unsymmetrisch liegen;

2) Die Zwischenräume dieser Linien sind bey den Klangfiguren immer aliquote Theile des Körpers, bey den Resonanzfiguren aber nicht;

3) Die Zahl und Lage der Linien, auf welchen der Sand liegen bleibt, bestimmt bey den Klangfiguren den Ton, bey den Resonanzfiguren aber nicht, (indem die Linien, auf welchen der Sand ruhig

bleibt, nicht immer eigentliche Knotenlinien, oder Gränzen schwingender Theile sind, sondern auch bisweilen von erzwungenen Bewegungen einzelner Theile, oder auch von einem schlangenförmigen oder schraubenförmigen Gange der Molecularbewegungen im Innern herrühren können). Ich füge noch hinzu:

4) Bey den Klangfiguren kann eine ruhig bleibende Linie sich nie innerhalb der Scheibe enden, wohl aber kann dieses bey Resonanzfiguren Statt finden.

An Scheiben von derselben Materie, die einander ähnlich sind, verhalten sich die Töne bey derselben Schwingungsart, wie die Dicke und wie die umgekehrten Quadrate der Durchmesser, und bey Scheiben von verschiedener Materie auch wie die Quadratwurzeln der Elasticität und wie die umgekehrten Quadratwurzeln der Schwere.

B. Schwingungen rechteckiger Scheiben überhaupt. (Ak. §. 108-111. *Tr. d'Ac.* §. 99-102.)

Sie sind verschieden, nachdem die Scheibe ganz frey, oder an einer oder an zwey Seiten befestigt ist. Alle Figuren haben Beziehung auf eine Zahl von Knotenlinien in die Länge und in die Quere. Die, wo bloß in die Quere Knotenlinien vorhanden sind, können als bloß lineare Schwingungen eines Stabes angesehen werden, und geben auch dieselben Töne; bey den übrigen ist aber alles verwickelter.

C. Schwingungen einer Quadratscheibe und einzelner Arten rechteckiger Scheiben. (Ak. §. 112-133. *Tr. d'Ac.* §. 103-124. Die Schwingungen der Quadratscheiben sind besser und genauer

in N. Beytr. 1. Abhandl. vorgetragen, und über einige andere Arten rechteckiger Scheiben finden sich weitere Untersuchungen in denselben N. Beytr. 2. Abhandl.)

An Quadratscheiben beziehen sich alle Figuren auf Linien, die man mit der einen oder andern Dimension als parallel betrachten kann, wenn sie auch noch so sehr verzerrt sind. Bey Schwingungsarten, wo die Summe der Knotenlinien eine gerade Zahl ist, (mit Ausnahme der, wo nach beyden Richtungen gleich viele Linien gehen), lässt sich an homogenen Scheiben nie eine Figur mit geraden den Seiten parallelen Linien hervorbringen, sondern sie ist allemahl concav oder convex, wo denn im ersten Falle der Ton allemahl tiefer ist, als im zweyten, aber bey Schwingungsarten, wo die Summe der Linien eine ungerade Zahl ist, kann die Figur ebenso wohl mit geraden und parallelen Linien, als (in diagonalen Richtung mehr oder weniger symmetrisch) verzerrt erscheinen, ohne Veränderung des Tons, weil das, was nach der einen Seite zu concav erscheint, nach der andern Seite zu durch etwas convexes ausgeglichen wird.

Die ziemlich verwickelten Tonverhältnisse einer Quadratscheibe habe ich in den N. Beytr. so genau, als es mir möglich war, zu bestimmen, und die Reihen von Zahlen, worauf sie beruhen, aufzufinden gesucht.

Durch Zusammenstellung mehrerer Scheiben mit derselben Klangfigur, wo immer die eine das fortsetzt, was auf der andern ist, erhält man regelmässige Arten von Typus oder Muster, von welchen manche andere Figuren ein grösserer oder kleinerer

Theil sind. Dieser Zusammenhang findet auch an Scheiben von anderer Gestalt Statt, wenn sie an einander passen.

Bei Untersuchung länglich viereckiger Scheiben. (Ak. §. 121 - 132. *Tr. d'Ac.* §. 113 - 124), ist die eine Dimension einer Quadratscheibe als beständig, und die andere als veränderlich angesehen, und so das, was bey dem Uebergange einer Quadratscheibe zu einem schmalen Streifen sowohl in Hinsicht auf die Tonverhältnisse, als auf die Figuren sich zeigte, beobachtet worden, wobey gewöhnlich die Erfahrung genau mit dem übereinstimmte, was sich nach bekannten Gesetzen füglich voraussetzen liess.

D. Schwingungen runder Scheiben. (Ak. §. 134 - 141. *Tr. d'Ac.* §. 125 - 131.) Die Knotenlinien sind an runden Scheiben entweder Durchmesserlinien oder Kreislinien, welche letztern mancherley epicycloidische oder andere Krümmungen annehmen können.

Wenn blos 2, 3, 4 oder mehr Durchmesserlinien vorhanden sind, verhalten sich die Töne, wie die Quadrate dieser Zahlen. Die Figuren, wo auch Kreislinien vorhanden sind, bilden ein anderes System, wo sich die Töne beynahe wie die Quadrate der Summen der Durchmesserlinien und der verdoppelten Kreislinien verhalten, mit einiger Erhöhung bey mehreren Kreislinien, und Erniedrigung bei mehreren Durchmesserlinien.

E. Schwingungen elliptischer Scheiben. (Ak. §. 142 - 157. *Tr. d'Ac.* §. 132 - 147. Einiges auch in N. Beytr. 2. Abhandl.)

Hier ist eine runde Scheibe als eine Ellipse mit

gleich grossen Axen angesehen, und sodann durch Vergleichung vieler Scheiben untersucht worden, wie die Schwingungsarten und die Tonverhältnisse sich verändern, wenn die eine Axe unverändert bleibt, und die andere immer kleiner wird. Es zeigt sich hierbey viel merkwürdiges, besonders in den Verhältnissen der Axen $5 : 3$; $8 : 3$; $11 : 3$ etc. wo die Töne aller Schwingungsarten, bey welchen Knotenlinien der Länge nach vorhanden sind, (einen in die Länge gezogenen Kreis für 2 solche Linien gerechnet) nur eine einzige Reihe bilden. Wenn man nämlich in dem Verhältnisse der Axen $5 : 3$ jede Längelinie für das doppelte einer Querlinie rechnet, in dem Verhältnisse $8 : 3$ für das dreyfache, in dem Verhältnisse $11 : 3$ für das Vierfache u. s. w. so geben alle Schwingungsarten, bey welchen die Summe dieselbe ist, einerley Ton, und können durch Verzerungen in einander übergehen.

F. Schwingungen einiger andern Arten von Scheiben. (Ak. §. 158 - 164. *Tr. d'Ac.* §. 148 - 154.)

An sechseckigen Scheiben sind die Figuren von denen einer runden Scheibe nicht sehr verschieden, und noch weniger an Scheiben mit noch mehr Ecken.

An halbrunden Scheiben sind die Knotenlinien entweder Halbmesser, wo sich die Töne wie die Quadrate derselben verhalten, oder Halbkreise, wo sie den Summen der Halbmesser und der verdoppelten Halbkreise sich nähern, mit einiger Erweiterung der Intervalle durch überwiegenden Einfluss der Halbkreise, und Verringerung derselben durch Anwesenheit mehrerer Halbmesser.

An Scheiben, deren Gestalt ein Quadrant, oder ein Sextant oder sonst ein Theil einer runden Scheibe ist, zeigen sich viele Figuren so, dass sie ein Theil derer sind, die sich auf einer runden Scheibe hervorbringen lassen.

An gleichseitig dreyeckigen Scheiben haben die Figuren theils auf 2, theils auf 3 Dimensionen Beziehung.

G. Etwas über musikalisch-praktischen Gebrauch der Scheiben. (Ak. §. 165. *Tr. d'Ac.* §. 155. N. Beytr. 3. Abth. S. 72 und 90.)

Hieher gehören die Glas- oder Metallstreifen, welche man mit 2 Klöppeln schlägt, (Strohfiedel oder carrillon), und welche man auch zu Instrumenten, die mit Tasten gespielt werden, benutzt hat, desgleichen zwey chinesische Instrumente, das King und das Gonggong oder Tamtam.

VIII. *Schwingungen der Glocken oder Gefässe.* (Ak. §. 166-173. *Tr. d'Ac.* §. 156-163.)

Eine Glocke kann so schwingen, dass sie sich in 4, 6, 8 oder mehre Theile eintheilt, so dass also 2, 3, 4 oder mehre Knotenlinien vorhanden sind. Die Töne verhalten sich, wenn die Dicke einer Glocke oder eines runden Gefässes überall gleich ist, wie die Quadrate der Zahlen von Knotenlinien. Durch mehr Dicke nach der Mitte zu werden die Verhältnisse kleiner, durch mehr Dicke nach dem Rande zu werden sie grösser.

Sichtbarmachung der Schwingungen durch Wasser und darauf gestreutes Hexenmehl (*Lycopodiumstaub.*)

Ueber Harmonikaglocken und über die bisweilen bey diesen vorkommende Ungleichheit des

Tones wegen Unregelmässigkeit der Dicke oder Gestalt, wo man alsdenn bei jeder Umdrehung 8 Abwechselungen des Tons hört.

An Glocken oder Gefässen, die einander ähnlich sind, verhalten sich die Töne, wie die Dicke und wie die umgekehrten Quadrate der Durchmesser, und, wenn die Materie verschieden ist, auch wie die Quadratwurzeln der Elasticität und wie die umgekehrten Quadratwurzeln der Schwere.

IX. *Ueber das Beysammenseyn mehrer Schwingungsarten.* (Ak. §. 174-188. Tr. d'Ac. §. 164-179.)

Mehre oder auch alle Schwingungsarten, deren ein klingender Körper einzeln fähig ist, können auch zugleich vorhanden seyn, und man muss alsdenn die Ausweichungen der Theile sich nicht in Beziehung auf den ruhigen Zustand, sondern auf den Zustand vorstellen, welcher in demselben Augenblicke vermöge der andern Schwingungsart Statt findet. Man hört alsdenn die diesen Schwingungsarten zukommenden Töne zugleich. Bey dem Grundtone einer Saite und einer offenen Pfeife wird man also bisweilen höhere Töne mithören können, die in den Verhältnissen der natürlichen Zahlenfolge stehen, bey andern klingenden Körpern werden aber nicht diese, sondern andere Töne zugleich können vorhanden seyn. Man kann auch bei Schwingungsarten mit Schwingungsknoten durch deren Berührung oder schwache Dämpfung leicht bewirken, dass solche Stellen nicht schwingen, und kann also die Töne, zu welchen dieses erforderlich wäre, unmöglich machen. Es ist also der Natur zuwider, wenn Manche blos von dem Grundtone einer Saite (aus Unkunde der Schwingungen anderer

klingenden Körper) die Behauptung hergenommen haben, dass man bei jedem Tone die nächsten mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommenden Töne allemahl mithöre, oder wenn sie wohl gar das Consoniren und Dissoniren und alle Grundsätze der Harmonie daraus haben herleiten wollen.

Bey dem Angeben zweyer höhern Töne, die in einfachen Verhältnissen stehen, hört man bisweilen einen tiefern Ton schwach mitklingen, der, wenn die wirklich vorhandenen Töne durch die kleinsten ganzen Zahlen ausgedrückt werden, mit der Einheit übereinstimmt. Man empfindet nämlich die Zeitmomente des Zusammentreffens der Schwingungen beyder Töne, wo also das Ohr von zwey Schlägen zugleich afficirt wird, als einen tiefern Ton, dessen Schwingungen in diesen langsamern Zeiträumen geschehen. Gewöhnlich hat man *Tartini* als den Entdecker angesehen, es ist aber längst vorher in Deutschland bekannt gewesen. (N. Beytr. S. 73. *Tr. d'Ac.* §. 179.) *Vogler* hat es zu seinem sogenannten Orgelsimplificationssystem angewendet, und zwey kleine Pfeifen als Surrogat einer grössern gebraucht, welches aber nicht zu empfehlen ist.

X. *Ueber das Beysamenseyn schwingender und anderer Bewegungen.* (Ak. §. 188-190. *Tr. d'Ac.* §. 180-181.)

Schwingungen können auch mit fortschreitenden und mit rotatorischen Bewegungen auf unendlich verschiedene Weise verbunden seyn, ohne dass eine dieser Bewegungen die andere hindert.

Zweyte Abtheilung der Klanglehre.

Von den mitgetheilten stehenden Schwingungen resonirender Körper.

(Ak. §. 228-230. *Tr. d'Ac.* §. 222-224. Viel neues von *Savart* in den *Ann. de Chimie* t. 14, 24, 25, 26, 29, 30 und 31, wie auch von *E. H.* und *W. Weber* in der *Wellenlehre* 290-295, in *Schweigger's Journal der Chemie*, N. R., B. 14, H. 4 und B. 15, H. 3 und in der *Allg. Mus. Zeitung* 1826, Num. 15.)

Durch einen selbsttönenden Körper können in andern Körpern, die mit ihm in Berührung sind, ebenfalls stehende Schwingungen erregt werden, nachdem es deren Beschaffenheit mehr oder weniger zulässt, und zwar ebensowohl in der Luft, als in festen Körpern. Gleichartige Körper können einander ihre Schwingungen vollkommener mittheilen, als ungleichartige. (Luft wird nämlich auf feste Körper wegen ihrer geringen Dichtigkeit weniger stark wirken können, und feste Körper weniger auf die Luft wegen der gewöhnlich weit kleinern Excursionen der schwingenden Theile.)

Ueber den Unterschied des Resonirens von den Selbsttönen ist schon vorher in den Vorerinnerungen zur Klanglehre das nöthige gesagt worden. Die Verschiedenheit ist so wesentlich, dass eine Verwechselung beyder nur Verwirrung in die Wissenschaft bringen muss.

Ein selbsttönender Körper kann einen andern Körper zwar auch zum Selbsttönen bringen, wenn dieser so beschaffen ist, dass seine eigenthümlichen

Schwingungen mit denen des erregenden Körpers ganz oder grösstentheils zusammentreffen, er kann aber auch einen andern Körper zwingen, in ganz andern Zeiträumen und auf ganz andere Arten zu schwingen, als er seiner eigenthümlichen Natur nach als selbsttönender Körper könnte; wenn dieser nämlich so beschaffen ist, dass Wellen in ihm oder in Theilen von ihm können erregt werden, die, so lange die Erregung dauert, sich mit denen des erregenden Körpers an denselben Stellen durchkreuzen. Der Klang des resonirenden Körpers wird aber alsdenn, wie schon bemerkt worden, schwächer seyn, als wenn er selbst tönte, er wird auch sogleich aufhören, wenn die Erregung aufhört.

Kleinere und schwächere klingende Körper bedürfen, um stark genug gehört zu werden, mehr einer Verstärkung durch Resonanz, als grössere und stärkere, z. B. fadenförmige Körper mehr, als breitere Streifen, und diese mehr, als Platten. So haben auch tiefere Töne solcher klingenden Körper mehr eine Verstärkung durch Resonanz anderer Körper nöthig, als höhere Töne. Wenn nämlich bey höhern und tiefern Tönen jede einzelne Schwingung gleiche Kraft auf das umgebende Medium äussert, so wird ein hoher Ton wegen der grössern Zahl der in derselben Zeit geschehenden Schwingungen stärker gehört werden, als ein tiefer. Sollen sie aber gleiche Wirkung thun, so müssen die Kräfte, welche jede einzelne Schwingung äussert, sich wie die umgekehrten Zahlen der Schwingungen verhalten, es wird also bey tiefern Tönen der selbsttönende Körper entweder grösser seyn und weitere Excursionen machen müssen, oder das, was daran fehlt, wird müssen durch Mitklingen eines andern Körpers ersetzt werden.

Eine begrenzte Strecke von Luft kann zum Mitklingen gebracht werden, sowohl durch Luft, als durch feste Körper. In manchem Zimmer oder Saale bemerkt man bisweilen, dass ein Ton mehr, als der andere, verstärkt wird; auch findet es in grossen und tiefen Gefässen Statt, wovon die Alten in einigen Theatern Gebrauch gemacht haben, wiewohl allem Ansehn nach nicht mit Vortheil. So auch, wenn der Klang einer Stimmgabel oder eines andern klingenden Körpers, nach *Savart's* Methode, durch Halten vor die Mündung einer an beyden Enden offenen oder an einem Ende verschlossenen Röhre oder eines Fläschchens verstärkt wird, ist es nicht nothwendig, dass die darin enthaltene Luft genau denselben Ton gebe, sondern die Verstärkung erfolgt auch, wiewohl in minderm Grade, wenn der Ton nicht gar zu sehr verschieden ist, oder auch, wenn er die Octave oder Quinte u. s. w. ist.

Am gewöhnlichsten kommt die Resonanz an festen Körpern vor. Diese können nämlich durch einen selbsttönenden Körper zum Mittönen gebracht werden, entweder 1) durch die dazwischen befindliche Luft, wie z. B. eine Saite in einer ziemlichen Entfernung durch eine andre, welche denselben, oder fast denselben Ton giebt, zum Mittönen gebracht wird, wie auch bisweilen bey einem entfernten starken Schalle Fenster und andere Gegenstände miltzittern, desgleichen auch bey den Versuchen von *Savart* über Erregung der Schwingungen einer dünnen Membrane durch einen in deren Nähe gehaltenen tönenden Körper, (*Ann. de Chimie* t. 26, p. 8.) u. s. w. oder 2) noch stärker durch unmittelbare Berührung fester Körper,

wie bey Verstärkung des Klanges einer Stimmgabel, einer Saite oder eines Stabes durch einen Resonanzboden, oder auch, wie bey den Versuchen *Savart's* über die Mittheilung der Schwingungen einer Saite an eine damit verbundene Platte, u. s. w.

Wenn ein fester Körper, oder auch ein System von Körpern, die in mancherley Richtungen mit einander verbunden, und als ein einziger Körper anzusehen sind, vermittelt eines tönenden Körpers zum Mitzittern gebracht wird, so bewegen sich, nach den Untersuchungen von *Savart*, alle Theile desselben, wenn kein besonders Hinderniss eintritt, parallel mit der Richtung, in welcher die Erregung geschieht. Diese Richtung kann transversal, longitudinal oder schief seyn, (welches letztere an selbsttönenden Körper nicht Statt findet), und kann an verschiedenen Stellen des Körpers oder des Systems sehr verschieden seyn, (so wie z. B. an meinen Euphon durch longitudinales Streichen eines dünnen Glasstabes *), und

*) Hier muss ich zur Vermeidung von Misverständnissen bemerken, dass in diesem Falle und bey vielen ähnlichen der Stab, welcher sich der Länge nach bewegt, keine eigentlichen (in Verdichtungen und Verdünnungen bestehenden primären) Longitudinalschwingungen macht, wozu er auch viel zu kurz seyn würde, und also gar nicht nach den Gesetzen der eigentlichen Longitudinalschwingungen beurtheilt werden muss, sondern dass er nur durch die transversalen Schwingungen des Körpers woran er befestigt, und von welchem er nur ein Anhängsel ist, seiner Länge nach bewegt wird, und wenn er der Länge nach gestrichen wird, dem klingenden Körper transversale Schwingungen mittheilt. Auch finde ich nöthig, hier zu bemerken, dass es unrichtig ist, wenn *Savart* in den *Ann. de Chimie* t. XIV. p. 121, die Hervorbringung

bey dem Clavicylinder eines lenksamen Streichstabes an einem andern Stabe transversale Schwingungen erregt werden.) Die Bewegungen der Theile, so wie auch die Bewegungen der Molecülen können hierbey in ganz andern Richtungen geschehen, als die ist, in welcher die Schallwelle fortschreitet. (Wellenlehre, §. 298-300). Hieher gehört auch die mehr oder mindere Mittheilung der Schwingungen einer Stimmgabel an eine Holzplatte bei verschiedenem Aufstemmen an einen mit dieser verbundenen geraden oder rechtwinklichen Steg, welche *Wheatstone* in *Annals of Philosophy*, N. S. n.^o XXXII. (Aug. 1823) p. 81 eine Polarisation des Schalles nennt, und wel-

transversaler Schwingungen eines klingenden Körpers durch longitudinales Streichen eines unter einem rechten Winkel damit verbundenen Stabes als etwas Neues und von Hrn. *Blanc* entdecktes erwähnt, denn ich hatte es schon längst vorher im Anfange des Jahres 1790 an meinem Euphon praktisch ausgeführt, und hatte auch im Jahre 1809 bey meinem Aufenthalte in Paris ein in aller Eil von mir gebautes Euphon dieser Art Einigen hören lassen. Wenn ich gleich damahls den innern Bau noch nicht bekannt zu machen für gut fand, so war es doch wohl aus dem Aeussern leicht zu errathen, und es konnte ihm die Sache wohl nicht ganz unbekannt geblieben seyn. *Biot* hat es auch in seinem Rapport über die Entdeckungen *Savart's* in den *Ann. de Chimie* t. XII. p. 238. erwähnt, ich habe auch in derselben Zeitschrift t. XX. p. 76. das nöthige darüber gesagt, wie auch in *Gilberts* Annalen der Physik, B. 68, S. 160. Wenn ich übrigens auch der erste gewesen bin, der diese Idee gefasst und ausgeführt hat, so ist Hr. *Savart* der erste gewesen, der sie zur Untersuchung mancher Arten von Schwingungen gut angewendet hat.

che am besten von *W. Weber* in *Schweigger's Journal der Chemie*, n. R. B. 15 (1825, H. 11) S. 306-310 beschrieben und beurtheilt ist.

An resonirenden Körpern bildet der auf einer Fläche gestreute Sand auch mancherley Resonanzfiguren, die von *Savart* zuerst beobachtet, aber grötentheils mit den eigentlichen Klangfiguren verwechselt worden sind. Auf Flächen eines resonirenden Körpers, die der Richtung seiner Schwingungen parallel sind, (wo also die Bewegungen den Longitudinalschwingungen ähnlich sind), werden die Sandkörner nicht in die Höhe geworfen, sondern schieben sich hin und her, und die Ruhelinien des Sandes (welches meistens keine eigentlichen Knotenlinien sind), befinden sich nicht senkrecht auf beiden entgegengesetzten Flächen unter einander, sondern auf der einen Seite gewöhnlich in der Mitte zwischen zweyen auf der andern Seite; bei einer schiefen Richtung der Schwingungen ändert sich dieses mehr oder weniger ab, und die Linien verziehen sich auf mancherley Arten; wenn aber die Schwingungen senkrecht auf die Fläche geschehen (und also als transversal anzusehen sind), wird der Klang stärker, der Sand wird in die Höhe geworfen, und die Linien, auf welchen er ruhig bleibt, (eigentliche Knotenlinien) sind auf zwey entgegengesetzten Flächen senkrecht unter einander *)

*) Schon hierin zeigt sich die schon früher erwähnte wesentliche Verschiedenheit der longitudinalen und transversalen (oder primären und sekundären) Schwingungen. Die schiefen schienen etwas der eigenthümlichen Natur der Körper nicht gemässes, sondern nur etwas durch überwiegende Kräfte der übrigen sich anders bewegendem

manche Figuren werden auch einigen meiner Klangfiguren ähnlich, manche aber unähnlich. Die Verschiedenheiten der Resonanzfiguren von den Klangfiguren sind übrigens schon vorher bey den eigenthümlichen Schwingungen der Scheiben (in der ersten Abtheilung der Klanglehre, VII. A.) angegeben, nach der ganz richtigen Bestimmung in der Wellenlehre §. 294, und in der Allg. Mus. Zeitung, 1826, Num. 13.

In den *Annales de Chimie* t. XXXI. (mars 1826) p. 283 hat *Savart* gezeigt, dass auch durch Wasser können festen Körpern Schwingungen mitgetheilt werden, durch welche Resonanzfiguren entstehen, und dass auch bei dieser Mittheilung die Bewegungen der Theile, eben so, wie bei festen Körpern, der Richtung, in welcher die Erregung geschieht, parallel sind.

Ueber Zersprengung der Gefässe durch einen sehr stark angegebenen Ton. (A k. §. 230. N. Beytr. S. 86. *Tr. d'Ac.* §. 224). Mehrere glaubwürdige Personen versichern, es selbst gesehen zu haben.

Theile erzwungenes zu seyn. Auch ist hier zu bemerken, dass wenn ein Theil eines schwingenden Körpers oder Systems für Verdichtungen und Verdünnungen (wenigstens für solche, die in Anschlag könnten gebracht werden) zu kurz, oder für Beugungen im Verhältniss einer geringen Länge viel zu dick ist, seine in der Richtung der Länge oder Quer gehenden Bewegungen nicht als eigentliche primäre oder sekundäre Schwingungen anzusehen sind, sondern nur als ein Hin- und herstossen durch die überwiegende Kraft der anderen schwingenden Theile.

D r i t t e r T h e i l.

Von der Verbreitung des Schalles, oder von fortschreitenden Schwingungen, welche durch einen schallenden Körper in dem mit ihm in Berührung stehenden Medium erregt werden.

I. *Allgemeine Bemerkungen.*

Ein schwingender Körper theilt seine Stösse allem dem mit, was mit ihm in Berührung steht, und zwar nicht nur der Luft, sondern auch tropfbar flüssigen und festen Körpern; es wird also der Schall durch alle Körper verbreitet. Die gewöhnlichste Schallverbreitung geschieht durch fortschreitende in Verdichtungen und Verdünnungen bestehende Wellen (primäre oder Stosswellen) in dem umher befindlichen Medium, wobei durch jede Strecke eines solchen Medium der Schall in derselben Zeit verbreitet wird, in welcher dieselbe Strecke als selbsttönender Körper eine longitudinale Schwingung macht. (Man kann es auch so ausdrücken: fortschreitende und stehende Wellen haben bei gleicher Breite auch gleiche Geschwindigkeit.)

Dass gleichartige Körper einander ihre Schwingungen stärker mittheilen, als ungleichartige, ist schon vorher bemerkt.

Ueber Reterdation der Schwingungen fester Körper durch das umgebende Medium finden sich Bemerkungen von *Savart* in den *Ann. de Chimie*, t. XXX. (Nov. 1825), p. 264.

II. *Verbreitung des Schalles durch die Luft und überhaupt durch elastische Flüssigkeiten.* (Ak. §. 191-198. *Tr. d'Ac.* §. 182-211. N. Beytr. S. 74-84. Wellenlehre §. 260-274.)

A. Gewöhnliche Schallverbreitung im unbegrenzten Luftraume.

Durch die Stösse, welche ein schallender Körper der umher befindlichen Luft mittheilt, werden in derselben nach aussen kugelförmig sich ausdehnende Wellen erregt, die als primäre oder Stosswellen in Verdichtungen und Verdünnungen bestehen. Jeder Radius dieser concentrischen Wellen schwingt also longitudinal, und diese Schwingungen sind von den aus fortschreitenden Wellen sich bildenden stehenden Schwingungen der Luft nicht wesentlich verschieden; sie können auch durch Begrenzungen des Luftraums in stehende Schwingungen übergehen.

Da die Luft nach allen Richtungen in gleichem Grade elastisch ist, und überhaupt kein Theilchen eines Körpers sich bewegen kann, ohne die angränzenden mit in Bewegung zu setzen; so wird ein Schall nicht bloß in gerader Richtung, sondern auch in krummen Richtungen, wiewohl weit schwächer, verbreitet; man hört ihn also auch um eine Mauer oder Felsenwand herum, nicht sowohl durch deren Erschütterung, sondern durch die Luft.

Der gewöhnlichen Theorie nach sollte man glauben, die Schallwellen, welche durch die Schwingungen eines tönenden Körpers, wenn er auch stabförmig ist, erregt worden, müssten nach allen Richtungen gleichförmig fortgehen, wiewohl die Intensität in der Richtung der Schwingungen stärker seyn

müsste, wegen grösserer Ausweichungen der Molecülen. Nun haben aber *E. H.* und *M. Weber* in der Wellenlehre §. 271-273 und in Schweigger's Journal der Chemie, N. R. B. 16 (1826, H. 1.) S. 108 etc. die Entdeckung bekannt gemacht, dass die Schwingungen einer Stimmgabel in der Richtung, in welcher sie geschehen, und in den Querrichtungen gleich stark verbreitet werden, dass aber in dazwischen liegenden Richtungen Unterbrechungen Statt finden, welches ich nicht nur in Beziehung auf die Hörbarkeit des Klanges, sondern auch noch auffallender durch die Verschiedenheit der Stärke bey dem Halten in verschiedenen Richtungen gegen die Mündung eines Arzneyglases, in welchem die Luft durch eingegossenes Wasser in denselben Ton gestimmt ist, bestätigt gefunden habe. Von dieser Erscheinung habe ich in Kastner's Archiv für Naturkunde B. 7. H. 1. S. 92. eine Erklärung zu geben gesucht, die ich aber jetzt unzureichend finde, und bald darauf weitere Untersuchungen darüber mit Hrn. Doctor *Wilhelm Sommerring* in Frankfurt a. M. gemeinschaftlich angestellt, und in Kastner's Archiv für Naturkunde B. 8. H. 1. S. 93 etc.*) bekannt gemacht; aus welchen zu ersehen ist,

*) Damit niemand bey Nachmachung solcher Experimente durch eine Unrichtigkeit in den Figuren getäuscht werde, muss ich bemerken, dass in der zu diesem Aufsätze gehörenden Kupfertafel in Fig. 4. und auch in Fig. 6. der Stab oberhalb des in die Quer angebrachten dünnen Strichstabes eben so lang sollte dargestellt seyn, wie unterhalb. Hr. Doctor *Sommerring* hatte es richtig gezeichnet, der Kupferstecher hat es aber versehen. Die Bewegungen selbst hat er gut dargestellt.

wie die sichtbar gemachten Bewegungen des umgebenden Medium auch bey einem schwingenden Stabe nicht nur in der Richtung der Schwingungen, sondern ebensowohl auch in der normalen Richtung nach aussen fortgehen, wie sie aber zwischen diesen Richtungen wirbelartig kreisen, und also nicht direct nach aussen wirken können, und wie bey einer Gabel das doppelt Statt findet, was bey einem Stabe einfach geschieht. Hieraus erklärt sich auch, warum, nach der Wellenlehre §. 274, der Klang einer schnell um ihre Längensaxe gedrehten Stimmgabel nicht nach Aussen hörbar ist.

Mehre Arten des Schalles werden zugleich durch dieselben Lufttheile verbreitet, ohne dass eine die andere hindert oder stört, so wie dieses überhaupt der Fall ist, wenn zwey Wellen einander durchkreuzen. (Wellenlehre §. 267).

Der Fortgang der Schallwellen ist gleichförmig, so dass in gleichen Zeiten gleiche Luftstrecken durchlaufen werden. Die Geschwindigkeit dieses Fortganges ist in der Erfahrung grösser, als nach der gewöhnlichen Theorie. Unter den verschiedenen Hypothesen, um dieses zu erklären, scheint die von *Laplace*, nach welcher durch Zusammendrückung eines jeden Lufttheilchens etwas Wärmestoff frey wird, der die Elasticität des benachbarten vermehrt, noch am meisten für sich zu haben, wiewohl sich auch manches dagegen einwenden lässt. Zu den in der Akustik §. 201 und im *Traité d'Acoustique* §. 193 erwähnten Beobachtungen über die Geschwindigkeit der Schallverbreitung durch die Luft sind folgende neue hinzuzufügen: Bey Madras zwischen 1793 und 1796,

von *Goldingham* und *Andern*, sehr genau, (*Philos. transact.* 1823. p. 1. *Annals of Philosophy*, Aug. 1823, p. 81.), in Frankreich 1822, von *Prony Arago etc.* (*Connaiss. d. tems* 1825, p. 361), in den Niederlanden 1825, von *Moll, van Beek* und *Kuytenbrouwer* (*Philos. transact.* 1824, p. II. *Annalen der Physik*. B. 81, S. 551), bey *S. Jago* in Chili, von *Espinosa* und *Bauza* (*Ann. de Chimie*, janvier 1818), im Salzburgischen vom Professor *S. Stampfer* und Major von *Myrbach* (*Jahrbücher des polytechnischen Instituts in Wien*, B. 7. S. 23), und bey *Woolwich* in England von *Gregory* (*Transact. of the Cambridge philos. society*, 1824. *Bibliot. universelle*, Aout. 1824, p. 264).

Nur das, was die specifische Elasticität der Luft, d. i. das Verhältniss der absoluten Elasticität zur Dichtigkeit, ändert, also Verschiedenheit der Temperatur und der chemischen Beschaffenheit, kann die Geschwindigkeit ändern. Der Wind verändert höchstens soviel, als seine eigene Geschwindigkeit beträgt. (Ak. §. 202. N. Beytr. S. 75. *Tr. d'Ac.* §. 194.)

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall in verschiedenen Gasarten fortgeht, muss in denselben Verhältnissen stehen, wie die Töne derselben Gasarten in einer gleich langen Orgelpfeife, welche sich mit einigen Abweichungen wie die umgekehrten Quadratwurzeln der Dichtigkeit verhalten. (Ak. §. 204. N. Beytr. S. 79. *d'Ac.* §. 67 und 196.) Einige neuere Untersuchungen sind hier schon früher erwähnt.

Stärke der Schallverbreitung durch die Luft und

durch Gasarten. (Ak. §. 205. 206. *Tr. d'Ac.* §. 197. 198.)

Weite der Schallverbreitung. (Ak. §. 207. *Tr. d'Ac.* §. 200.)

B. Abänderungen der Schallverbreitung durch Begrenzung der Luft.

Zu einem Sprachrohre ist eine abgestumpfte kegelförmige Gestalt am meisten geeignet, weil dadurch die Schallwellen parallel werden. Die trompetenartige Erweiterung, welche gewöhnlich daran angebracht wird, (*le pavillon*), ist nach der Theorie für überflüssig gehalten worden, trägt aber doch nach der Erfahrung viel zur Verstärkung der Wirkung bey. Ein cylindrisches oder prismatisches Rohr ist nicht hierzu tauglich, wohl aber ist der Schall von einem Ende bis zum andern gleich stark, daher es als Communicationsrohr dient, (Ak. §. 208, wie auch S. 308. N. Beytr. S. 81. *Tr. d'Ac.* §. 201).

Uiber Hörröhre. (Ak. §. 209. *Tr. d'Ac.* §. 202).

Uiber sogenannte Sprachsäle oder Sprachgewölbe, wo das an einer Stelle leise gesprochen an einer andern entfernten deutlich gehört wird, weil viele aus einander gegangene Schallenwellen an einer solchen Stelle wieder zusammentreffen. (Ak. §. 10. N. Beytr. S. 82. *Tr. d'Ac.* §. 203). Von der unter andern erwähnten Grotte bey Syrakus, das Ohr des Dionysius genannt, finden sich noch weitere Nachrichten in Schweigger's Journal der Chimie, N. R. B. 5. S. 226, aus den Reisen von Hughes I. 205, wie auch in der Reise durch Italien und Sicilien von Kephhalides, Th. II. S. 27.

Das Echo ist von Vielen unrichtig, von *Euler* und *Lagrange* aber richtig erklärt worden. Es ist nicht eben, wie Manche glauben, nothwendig, dass die Schallwellen von einem gegenüber befindlichen festen Gegenstande zurückgeworfen werden, sondern es kann auch in langen nach den Seiten zu begränzten (röhrenförmigen) Räumen eine Rückwirkung von einem offenen Ende erfolgen, wovon sich ein Beyspiel bey den angeführten Beobachtungen von *Biot* an einer Wasserleitung bey Paris gezeigt hat. (Ak. §. 211-213. N. Beytr. S. 82 und 83. *Tr. d'Ac.* §. 204. 206).

Ein langer Nachhall in manchem umschlossenen Raume ist nichts anders, als ein in kurzen Zeiträumen vielfach wiederholtes Echo, und kann als ein Uibergang fortschreitender und zurückgeworfener Schallwellen zu stehenden angesehen werden.

Uibervortheilhafte Einrichtungen eines zum Hören bestimmten Locals. (Ak. §. 214-217. N. Beytr. S. 83. *Tr. d'Ac.* §. 207-210). Bey einem nicht grossen Local wird die Gestalt ziemlich gleichgültig seyn, und man wird mit der natürlichen Verbreitung des Schalles ausreichen, so wie man auch in freyer Luft alles in einer geringen Entfernung deutlich hört. Es wird also nur alles das müssen vermieden werden, was die natürliche Verbreitung hindern oder einen zu langen Nachhall verursachen könnte. In einem beträchtlich grossen Local wird man aber damit nicht ausreichen, sondern es wird der Schall durch vortheilhafte Brechungen oder Zurückwerfungen der Schallwellen müssen verstärkt werden. Diese dürfen aber nicht etwa, wie Manche sich eingebildet haben, darin bestehen, dass

der vorwärts gehende Schall wieder rückwärts wirke, welches nur ein Echo, oder einen der Deutlichkeit hinderlichen späten Nachhall geben würde, und am besten durch eine amphitheatralische Einrichtung der Sitze vermieden werden kann. Vielmehr können Brechungen oder Rückwirkungen der Schallwellen nur dann vortheilhaft seyn, wenn die nach den Seiten, nach hinten und nach oben gehenden Schallwellen, deren Wirkung ohne eine Zurückwerfung verloren gehen würde, gegen die Zuhörer hin gebrochen werden, und wenn die den Schall zurückwerfenden Wände dem Orte der Erregung des Schalles so nahe sind, dass die ursprünglichen in geraden Richtungen ausgehenden und die zurückgeworfenen Schallwellen so kurz nach einander anlangen, dass man zwischen beiden keinen oder fast keinen Zeitunterschied bemerkt. Da nun jede zu lang anhaltende oder zu vielmahl wiederholte Zurückwerfung der Schallwellen vermieden werden muss, weil man sonst einen zu langen und der Deutlichkeit nachtheiligen Nachhall (eine Ausartung der fortschreitenden Schwingung in eine stehende) erhalten würde, so sind alle Gestalten zu vermeiden, von welchen dieses eine natürliche Folge seyn würde, z. B. eine runde, elliptische *) und halbrunde Gestalt, eine sehr hohe und gleichförmige Wölbung, ein grosses längliches Viereck mit einem

*) Von der Wirkung des Schalles in einem runden oder elliptischen Raume, und von den vielfachen und anhaltenden Durchkreuzungen der Wellen wird man sich einen sinnlichen Begriff machen können, wenn man die durch stehende Wellen in einem so gestalteten Gefässe an tropfbaren Flüssigkeiten erhaltenen Figuren in der Wellenlehre, Fig 51 und 53, nachsehen will.

hohen Tonnengewölbe, u. s. w. Eine parabolische oder divergirende Gestalt der Seitenwände, wodurch die Schallwellen parallel werden, ist sehr vorthailhaft; eine länglich viereckige mit keiner hochgewölbten oder sonst gar zu hohen Decke, wo die Ecken auch, wenn man will, abgerundet seyn können, ist auch nicht zu tadeln. Allemahl aber wird es nöthig seyn, eine gleichförmige Zurückwerfung der Schallwellen von der entgegengesetzten Seite zu vermeiden. Bisweilen lassen sich die Nachtheile einer fehlerhaften Gestalt durch Hervorragungen, Vertiefungen und Unterbrechungen, die unter andern Umständen würden zu tadeln seyn, wegschaffen oder vermindern.

III. *Verbreitung des Schalles durch tropfbare Flüssigkeiten.* (Ak. §. 220-223. N. Beytr. S. 84. Tr. d'Ac. §. 213-216.)

Der Schall wird auch durch Wasser verbreitet. Die Geschwindigkeit, mit welcher diese Verbreitung durch unmittelbare Wirkung des Stosses *)

*) Diese unmittelbaren Wirkungen des Stosses auf das Wasser muss man nicht etwa mit den gewöhnlichen secundären Wellen verwechseln, die nur in Hebungen und Senkungen bestehen, und wiewohl sie auch durch einen Stoss erregt werden, eine Wirkung der Schwere sind. Letztere werden auch schwerlich den 33sten Theil der Geschwindigkeit der erstern erreichen, welche nach *Laplace* $4\frac{1}{2}$ mahl schneller im süßen Wasser, als in der Luft, also in einer Sekunde durch mehr als 4600 Fuss gehen, dahingegen die schnellsten Meereswellen, nach *Roxburgh* und Andern nicht viel über 20 bis 26 engl. Seemeilen in einer Stunde, also in einer Sekunde kaum 138 Fuss durchlaufen, wenn nicht durch den Wind die Geschwindigkeit sehr vermehrt wird.

geschieht, ist noch nicht durch Versuche bestimmt. *Laplace* findet sie auf dem Wege der Theorie, nach den *Ann. de Chimie* t. III. (1816) p. 238 und den *Annalen der Physik*, B. 57, (1817) S. 245 und 257 im süßen Wasser ungefähr $4\frac{1}{2}$ mahl grösser, als in der Luft. (Vorher hatte er sie in den *Ann. de Chimie* t. III. p. 164 durch ein Versehen höher geschätzt, weil er statt der Raumausdehnung nur die lineare in Anschlag gebracht hatte, welches er hernach berichtigt hat.)

Die Stärke der Verbreitung des Schalles durch Wasser und durch andere tropfbare Flüssigkeiten ist weit grösser, als die durch die Luft, wenn der Schall in diesen Flüssigkeiten selbst erregt wird. Ein in der Luft erregter Schall wird zwar auch im Wasser gehört, aber schwächer, weil ein dünneres Medium auf ein dichteres weniger wirken kann. Dichtere Flüssigkeiten verbreiten den Schall stärker, als weniger dichte.

Dass, nach *Savart* in den *Ann. de Chimie* t. 31, p. 238 etc. in einer Wassermasse der Schall hauptsächlich nach der Richtung wirkt, in welcher er erregt wird, ist schon im Allgemeinen erwähnt.

Die Schwingungen eines in Wasser getauchten klingenden Körpers oder damit angefüllten Gefässes werden durch den Widerstand des Wassers verzögert, um desto mehr, je grösser die Fläche ist, welche ihm entgegengestellt wird, worüber *Savart* in den *Ann. de Chimie* t. 30, p. 264 weitere Bemerkungen geliefert hat. (In sehr grosser Tiefe möchte sich wohl schwerlich ein eigentlicher Klang hervorbringen lassen, sondern mehr ein Geklapper oder Geräusch.) Manche Flüssigkeiten hindern den Klang eines Gefässes noch mehr, als Wasser.

IV. *Verbreitung des Schalles durch feste Körper.* (Ak. §. 224-227. N. Beytr. S. 85. *Tr. d'Ac.* §. 217-221).

Die Verbreitung fortschreitender (primärer) Wellen in festen Körpern ist von den longitudinalen Schwingungen eines Stabes nicht wesentlich verschieden; auch wenn die verdichtenden und verdünnenden Schallwellen in einer Felsenmasse sich kugelförmig verbreiten, weil doch alsdenn auch jeder Radius auf diese Art schwingt, eben so, wie bey der Luft.

Die Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch feste Materien verbreitet wird, übertrifft die der Luft um ebensoviel, als der Ton eines longitudinal schwingenden Stabes von derselben Materie den Ton der Luft in einer eben so langen Orgelpfeife bey derselben Schwingungsart an Höhe übertrifft. Ausser dieser Bestimmungsart, welche ich in der Ak. §. 226, N. Beytr. S. 85 und *Tr. d'Ac.* §. 218 und 219, mit Zuziehung der in Ak. §. 95 und im *Tr. d'Ac.* §. 82 gelieferten Beobachtungen über die Longitudinältöne verschiedener Materien vorgetragen habe, ist diese Geschwindigkeit noch auf eine andere Art, welche dieselben Resultate giebt, von *Laplace* (welcher mit meiner Erklärungsart auch einverstanden ist) bestimmt worden, in den *Ann. de Chimie*, t. III. (1816) p. 164, wie auch in Gilberts Annalen der Physik, B. 57 (1817, H. 4) S. 233. Er stellt nämlich den Satz auf: « Wenn man die Grösse kennt, um welche eine Strecke von irgend einer Materie von der Länge eines Meters (oder überhaupt eines zum Grunde gelegten Mases) durch ein ihr gleiches Gewicht ausgedehnt oder zusammengedrückt wird, und wenn man durch diese Verlängerung oder Verkürzung

die doppelte Zahl von Metern dividirt, welche ein schwerer Körper in der ersten Sekunde durchfällt, so giebt die Quadratwurzel dieses Quotienten die Zahl von Metern, welche den Schall während einer Sekunde in diesen Körper durchläuft. « Diesen Satz hat auch *Tralles* in den *Annalen der Physik*, B. 65 (1820, 5 St.) bewiesen und erläutert, *Laplace* hat auf diese Weise die Geschwindigkeit der Verbreitung des Schalles durch Messing bestimmt, nach meiner Angabe des Longitudinaltons im *Tr. d'Ac.* §. 82, wo das Resultat (3560, 4 Meter in einer Sekunde) nur ungefähr um ein Hunderttheil geringer ausfällt, als nach meiner Bestimmungsweise (3598, 58 Meter). Er schreibt diese kleine Verschiedenheit einer Entwicklung von *Wärme* durch Compression zu, welche in festen Körpern ebensowohl, wie in der Luft, wiewohl in weit geringerem Grade, Statt finde. Die grösste aus meinen Beobachtungen zu folgernde Geschwindigkeit wird bey einigen Arten von festen Körpern (wie Glas, Eisen und Tannenholz) etwa 17mahl grösser seyn, als die durch die Luft, weil deren Longitudinalton ungefähr um 4 Octaven und einen halben Ton höher ist. (Die von mir schon angeführte Beobachtung vgn *Biot*, wo durch ein aus zusammengelötheten Stücken von Gussmetall bestehende Röhre, 951 Meter lang, der Schall ungefähr $10\frac{1}{2}$ mahl schneller, als durch die Luft fort gieng, stimmt so gut mit meiner Angabe überein, als man es verlangen kann, womit auch *Biot* einverstanden ist.)

Die Stärke der Verbreitung des Schalles durch feste Körper ist auch grösser, als die durch die Luft (welches man bey Anstimmung eines solchen Körpers an feste Theile des Kopfes, oder Haltung eines Fadens, woran ein klingender Körper, der angeschla-

gen wird, gebunden ist, zwischen den Zähnen, leicht wird bemerken können). Diese Stärke scheint in den Verhältnissen der Cohärenzen zu stehen, und hängt auch sehr von der Gestalt des Körpers ab.

V i e r t e r T h e i l .

Vom Gehör, oder von der Empfindung des Schalles.

I. *Von dem menschlichen Gehöre.*

A. Von dem Bau und den Verrichtungen der Gehörwerkzeuge. (Ak. §. 231 - 242. N. Beytr. S. 87. *Tr. d'Ac.* §. 225 - 235).

B. Von den Gegenständen des Gehörs. (Ak. §. 243 - 250. *Tr. d'Ac.* §. 236 - 242).

Jede Erschütterung, die schnell und stark genug ist, wirkt auf das Gehör als Schall.

Man empfindet die Wirkungen der absoluten und verhältnissmässigen Schwingungszahlen, zwar nicht so, dass man diese unmittelbar wahrnehmen könnte; wohl aber so, dass eine grössere oder geringere Zahl von Schwingungen in derselben Zeit als ein höherer oder tieferer Ton, und ein einfaches Verhältniss als Consonanz, ein weniger einfaches aber als Dissonanz empfunden wird.

Ganz kleine Abweichungen von der strengsten Genauigkeit empfindet man nicht, sondern,

je näher ein Verhältniss einem einfachern kommt, desto mehr glaubt man dieses zu hören; es ist in Hinsicht auf die Wirkung auch ganz einerley, ob das wirklich vorhandene Verhältniss durch rationale, oder ob es nur durch Irrationalzahlen ausgedrückt werden könne. Dieses ist nicht etwa als eine Unvollkommenheit, sondern vielmehr als etwas wohlthätiges anzusehen, weil eine Musik in lauter reinen Intervallen etwas ganz unmögliches seyn würde.

Die Gestalt des klingenden Körpers und dessen Schwingungsart geben sich dem Gehöre nicht unmittelbar zu erkennen.

Ein sehr merkwürdiger Gegenstand des Gehörs sind die verschiedenen Modificationen und Articulationen eines Schalles, oder der verschiedene Laut, (*Timbre*), wo wir noch nicht wissen, was ausser den Schwingungen, soweit wir sie kennen, in dem klingenden oder schallenden Körper, so wie auch in dem diesen verschiedenen Laut fortleitenden Medium noch besonders vorgeht.

Die Entfernung des Ortes, wo der Schall her vorgebracht wird, und in einigen Fällen auch die Richtung, sind keine unmittelbaren Gegenstände der Gehörempfindung, und lassen sich nur mittelst mancher aus der Erfahrung erhaltenen Kenntnisse beurtheilen.

II. *Von den Gehörwerkzeugen verschiedener Thierarten.* (Ak. §. 251-259. *Tr. d'Ac.* §. 243-252).

Zu den in der Ak. §. 259, in den N. Beytr. S. 87 und im *Tr. d'Ac.* §. 231 erwähnten Schriften ist noch hinzuzufügen: *E. H. Weber, de aure et au-*

ditu hominis et animalium, p. 1. *de aure animalium aquatiliu*, Lips. 1820, worin manche neue Beobachtungen enthalten sind, unter andern über die bey manchen Fischen mit der Schwimmblase in Verbindung stehenden drey Gehörknöchelchen.

A n h a n g.

U e b e r

naturgemässe und möglichst einfache Entwicklung und Anordnung der Tonverhältnisse.

Da man schon oft die Lehre von den Tonverhältnissen auf ganz unrichtige und naturwidrige Arten zu entwickeln gesucht hat, so halte ich für nützlich, wiewohl ich schon einiges wenige darüber in der Leipziger Allgemeinen musikalischen Zeitung gesagt habe, (1801, num. 20 und 21), hier etwas mehr im Zusammenhange davon zu reden, und

1) zu Vermeidung von Misverständnissen die Erklärung einiger Grundbegriffe vor auszuschicken,

2) zu zeigen, wie der physische Grund aller Harmonie in nichts anderem, als in der mehrern, oder mindern Einfachheit der Schwingungsverhältnisse liege,

3) wie unsere Tonleiter zu entwickeln sey,

4) wie alle möglichen Tonleitern sich zu einem

System von 12 gleichen Stufen in einer Octave vereinigen,

5) noch etwas über unrichtige Herleitungen der Tonverhältnisse zu sagen.

I.

Erklärung einiger Grundbegriffe.

Klang ist ein in Hinsicht auf Raum und Zeit bestimmbarer Schall, d. i. ein solcher, bey dem man wissen kann, wie die Schwingungen geschehen, und einen bestimmbaren Ton hören kann. (Das entgegengesetzte ist Geräusch.) Ton ist ein blos in Beziehung auf Höhe und Tiefe, d. i. auf die mehr oder mindere Zahl der Schwingungen in derselben Zeit, betrachteter Klang. Wenn man also von einem Klange redet, kommt das physische und mechanische der Schwingungen mit in Betrachtung, nicht aber, wenn man von einem Tone redet. Die Klanglehre ist also ein Gegenstand der Physik und Mechanik, die Tonlehre aber ein Gegenstand der Arithmetik *a)*, und zwar einer der einfachern, weil, wenn

a) Es versteht sich von selbst, dass, wenn die Tonlehre in technischer Hinsicht vorgetragen werden soll, es nicht nöthig ist, die Zahlenverhältnisse der Töne anzugeben, oder zu erläutern; wohl aber, wenn von den Tönen in physischer oder mathematischer Hinsicht die Rede ist. Ueberhaupt, wenn bisweilen ein Techniker und ein Physiker dieselbe Sache auf sehr verschiedene Art ausdrückt und wendet, so wie es dem Zwecke seines Vortrages gemäss ist, so ist nichts dagegen einzuwenden, so lange weder von der einen noch von der andern Seite ein Verstoß gegen ausgemachte Wahrheiten Statt findet.

man nicht unnütze Schwierigkeiten und Spitzfindigkeiten einmengen will, nichts weiter dazu erfordert wird, als Multiplicationen und Divisionen von Brüchen, und, wenn man Mittelproportionale verlangt, Ausziehungen von Quadrat- oder Kubikwurzeln. Ein Intervall oder Tonverhältniss, welche Worte man füglich als gleichbedeutend ansehen kann *b*). ist das Verhältniss einer Schwingungszahl zur andern. Consonirende Verhältnisse nennt man solche, die das Gehör für sich befriedigen, und zu einer für sich wohlklingenden Harmonie die unentbehrlichsten sind; dissonirende Verhältnisse solche, die erst durch Auflösung, d. i. durch Uebergang zu etwas anderem, das Gehör befriedigen, Man muss es schlechterdings nicht durch wohlklingende und übelklingende Intervalle ausdrücken wollen *c*), denn, wenn gleich manche Con-

b) Wenn gestritten worden ist, ob der Einklang auch ein Intervall sey, oder nicht, so ist dieses eine ganz unnütze Wortklauberey. Nimmt man das Wort Intervall mit dem Worte Tonverhältniss als gleichbedeutend an, so ist der Einklang allerdings ein Intervall, nämlich das Verhältniss einer Schwingungszahl zu einer andern eben so grossen; wenn aber das Wort Intervall der Herleitung nach einen Abstand anzeigen soll, so ist der Einklang in diesem Sinne kein Intervall. Ueber so unbedeutende Dinge, wo es nur auf den Begriff ankommt, den man mit einem Worte verbindet, sollte man gar nicht streiten.

c) Bey dem Worte Dissonanz und bey so manchen andern muss man weniger auf die ursprüngliche Bedeutung sehen, als auf den Sinn, welcher dem Sprachgebrauche gemäss damit verbunden wird. Wenn man Consonanz und Dissonanz durch Wohlklang und Uebelklang ausdrücken

sonanzen und manche Dissonanzen in Hinsicht auf den Grad des Wohlklangs verschieden seyn können, so kann doch eine schicklich angebrachte und schicklich fortschreitende Dissonanz auch dem Gehöre wohlthun, und es würde sehr langweilig seyn, wenn man nur immer Intervalle anwenden wollte, die als Consonanzen angesehen werden. Ein übelklingendes und unbrauchbares Intervall ist keine Dissonanz, sondern eine *Discordanz*. Der vormahls angenommene Unterschied unter vollkommenen und unvollkommenen Consonanzen *d)*, wo man unter den ersten die Octave, Quinte und Quarte, und unter den letztern die Terzen und Sexten verstand, ist ein unnützer Ueberrest des Alterthums, wo man verblendet genug war, die Terzen und Sexten anfangs gar nicht, und späterhin nur in geringerem Grade als Conso-

will (welche Worte man mir schon untergeschoben hat, um mich thörigte Dinge sagen zu lassen, die ich nie habe sagen wollen), so ist dieses eben so abgeschmackt, als wenn man bey einem harten oder weichen Dreyklange eine Härte oder Weichheit der Wirkung annehmen, oder als wenn man bey einem übermässigen Intervall sich vorstellen wollte, es sey grösser, als sich gehört, oder als wenn man bey irrationalen Grössen sich etwas unvernünftiges denken wollte, da sie doch eben so vernünftig und brauchbar sind, als die rationalen.

d) In meiner Akustik §. 13 und im *Traité d'Acoustique* §. 8 habe ich absichtlich nicht gesagt, dass es vollkommene und unvollkommene Consonanzen sind, sondern nur historisch erwähnt, dass man sie gewöhnlich so nennt, welches man wohl hätte unterscheiden sollen. Ich wollte mich damals nicht bestimmter darüber aussprechen, und doch gleichwohl etwas von so vielen Andern gesagtes nicht weglassen.

nanzen anerkennen zu wollen, da sie doch weit mehr consoniren, als die mehr als Dissonanz anzusehende Quarte. Man muss auch zwischen manchen Consonanzen und manchen Dissonanzen keinen gar zu wesentlichen Unterschied annehmen wollen, sondern, wie in so vielen andern entgegengesetzten Dingen, und zwar nicht nur in Naturgegenständen, sondern auch in Gegenständen des gemeinen Lebens, eins in das andere durch Zwischenstufen übergeht, und es auch sehr auf die Umstände ankommt, ob eine Sache auf die eine oder die andere Art zu beurtheilen ist, so kann auch bisweilen dasselbe Intervall, z. B. die Quarte, oder auch wohl die verminderte Quinte, mehr als Consonanz und in andern als Dissonanz zu behandeln seyn. Den wesentlichsten Unterschied zwischen dem, was man gewöhnlich consonirende und dissonirende Töne nennt, drückt *Gfr. Weber*, welcher überhaupt über diesen Gegenstand mehr Richtiges, als viele Andere, gesagt hat, §. 313. seiner Theorie der Tonsetzkuntz sehr passend durch freie und unfreie Töne, strebende Töne, aus; er bemerkt auch mit Recht, dass auch manche unbezweifelt consonirende Töne unter gewissen Umständen sich als strebend zeigen können, (Theor. §. 321, 339, 383.) z. B. die grosse Terz der Dominante einen Schritt aufwärts e), und dass in Fällen, wo eine Dissonanz muss vorbereitet werden, (welches nicht immer nothwendig ist), nicht sowohl die Dissonanz selbst vorbereitet wird, son-

e) Der Grund davon ist ohne Zweifel der, weil das Gehör noch etwas Gefühl von Beziehung auf den Grundton behalten hat, und die grosse Terz der Dominante als dessen grosse Septime ansieht, und also deren Fortschreiten eine Stufe aufwärts (von 15 zu 16) erwartet.

dern vielmehr das Gehör, damit es deren unvermuthetes Eintreten nicht zu grell und auffallend finde. (Theor. §. 104). Eine schickliche Verbindung von Tönen nennt man Harmonie, eine Folge von Tönen Melodie, und ein einzelnes schickliches Beysammenseyn von mehr als zwey Tönen einen Akkord. Wenn bisweilen ist gestritten worden, ob die Harmonie aus der Melodie, oder die Melodie aus der Harmonie zu entwickeln oder herzuleiten sey, so ist dieses ganz überflüssig, weil das eine ohne das andere nicht seyn kann, indem jede Melodie, wenn sie gut seyn soll, sich auf schickliche Harmonien beziehen muss, und in jeder Harmonie die einzelnen Stimmen gehörig melodisch fortschreiten müssen. Es ist also auch ganz einerley, ob man eine Bildung der Tonleiter aus den mit dem Grundtone zunächst verwandten Harmonien annimmt, oder ob man die Tonleiter aus der Reihe der einfachern Schwingungszahlen entwickelt, und hernach diese Harmonien darin findet, welches beides hernach dieselben Resultate geben wird.

II.

Der physische Grund aller Harmonie, liegt in der mehr oder mindern Einfachheit der Schwingungsverhältnisse.

Alle neuern Mathematiker, Physiker, Musiker und unbefangene Musikkenner stimmen darin überein; dass die Octave $1:2$, die Quinte $2:3$, (die Quarte $3:4$ weniger, aus hernach anzugebenden Gründen), die grosse Terz $4:5$, die kleine Terz $5:6$, so wie auch deren Umkehrungen, die kleine Sexte $5:8$ und die grosse Sexte $3:5$, diejenigen Intervalle

sind, welche das Gehör am leichtesten fasst, und am meisten für sich befriedigend findet, mit andern Worten, dass sie consonirend (in der vorher angegebenen Bedeutung) sind, und dass bey der Octave $1:2$, (ebendeshalb, weil sie das einfachste Intervall ist, und bey jeder einzelnen Schwingung des tiefern und jeder zweiten des höhern Tons die Schwingungen in einem Zeitmoment zusammentreffen) beide Töne so miteinander übereinkommen, dass man den einen nur als Wiederholung des andern ansehen, und also alle Intervalle als in dem Umfange einer Octave begriffen betrachten kann. Da nun die Intervalle, welche sich in der allgemeinen Erfahrung und Uebereinstimmung als consonirend zeigen, auf den einfachsten (d. i. durch die kleinsten ganzen Zahlen auszudrückenden) Verhältnissen beruhen, da folglich auch die Schwingungen bey diesen am öftersten in einem Zeitmoment zusammentreffen, (welches sich auch bisweilen als ein dritter tieferer mit der Einheit übereinstimmender Ton zeigt); da auch die Natur selbst an so manchen klingenden Körpern, wo die möglicherweise hervorzubringenden Töne bey den Eintheilungen in aliquote Theile mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommen, diese Intervalle früher als andere, als sehr wohlklingend und für sich befriedigend dem Gehöre darbietet, so ist kein vernünftiger Grund vorhanden, um irgend etwas anderes, als die Einfachheit der Verhältnisse und das öftere Zusammentreffen der Schwingungen in einem Zeitmoment als den physischen Grund des Consonirens und überhaupt aller Harmonie anzusehen, und es würde eine wahre Widersetzlichkeit gegen die Natur seyn, wenn wir willkührlich etwas anderes an dessen Stelle setzen wollten.

Ferner stimmen Alle darin überein, dass so manche auf weniger einfachen Verhältnissen, und nicht auf den vorhererwähnten Zahlen selbst, sondern auf Combinationen derselben beruhenden Intervalle, die auch in der natürlichen Zahlenreihe später, als die vorigen, erscheinen, zwar auch brauchbar sind, aber (etwa mit einer und andern durch die Umstände verursachten Ausname) das Gehör nicht für sich, sondern erst durch schickliche Fortschreitung zu etwas Anderem befriedigen, mit andern Worten, dass sie dissonirend sind; wodurch der anfängliche Satz, dass die mehre oder mindere Einfachheit der Verhältnisse der Grund des Consonirens und Dissonirens ist, sich ebenfalls bestätigt. Ich halte nicht für nöthig, diese Intervalle hier einzeln zu erwähnen, da es schon in meiner Akustik §. 25, und im *Traité d'Acoustique* §. 19. geschehen ist, und einige hernach noch werden zu erwähnen seyn.

Auch darin stimmen Alle überein, und die Erfahrung lehrt ebensowohl, wie die Berechnung, dass die beyden Dreyklänge, nämlich der grosse oder harte, welcher aus dem Grundtone, der grossen Terz und der Quinte, und der kleine oder weiche, welcher aus dem Grundtone, der kleinen Terz und Quinte besteht, die einzigen consonirenden Harmonien sind. (Dass nicht mehre möglich sind, habe ich in der Akustik §. 14. und im *Traité d'Acoustique* §. 9. gezeigt). Da diese Dreyklänge aus den möglichst einfachen Verhältnissen bestehen, so zeigt sich hierin wieder ganz deutlich die Einfachheit der Verhältnisse als Grund aller Harmonie; es sind nämlich beyde Dreyklänge aus einer grossen und einer kleinen Terz, $4:5$ und $5:6$, welche zu-

sammen eine Quinte 2: 3 machen, zusammengesetzt, nur mit dem Unterschiede, dass bey dem harten Dreyklange die grosse Terz, und bey dem weichen die kleine Terz früher erscheint. In Zahlen ausgedrückt, ist der erste 4: 5: 6, und der zweite 10: 12: 15. Allem Ansehen nach liegt der Grund, warum die harte Tonart mehr zum Ausdrücke freudiger Empfindungen geeignet ist, als die weiche Tonart, in den einfachern Verhältnissen der erstern. In dem aus zwey kleinen Terzen zusammengesetzten verminderten Dreyklange 25: 30: 36 ist das Verhältniss 25: 36 nicht einfach genug, dass er als Grundharmonie einer Tonart dienen, oder etwa bey dem Anfange oder hey dem Schlusse einer musikalischen Phrase gebraucht werden könnte; indessen dissonirt die verminderte Quinte 25: 36 doch nicht so sehr, dass sie nicht sollte können unter gewissen Umständen einen freien Gang nehmen. Ein übermässiger Dreyklang, den Manche angenommen haben, existirt nicht, sondern die übermässige Quinte ist nur eine Durchgangsnote. (*Gfr. Weber* Theor. §. 51, Anm.; §. 384.)

Da nun alle möglichen consonirenden Harmonien Dreyklänge oder deren Verwechselungen sind, so ergibt sich schon hieraus ganz deutlich, dass die Quarte eines Grundtones mehr unter die Dissonanzen, als unter die Consonanzen zu rechnen sey, ohngeachtet ihres so einfachen Verhältnisses 3: 4. Der Grund ist nämlich der, weil sie, (wie *Gfr. Weber*, §. 103, Anm.; meines Wissens zuerst, richtig ausgesprochen hat), harmoniefremd ist. Die Natur hat sie uns auch schon dadurch als etwas fremdartiges bezeichnet, dass man in der natürlichen Zahlenreihe, welche

auch die Tonreihe so vieler klingenden Körper ist, nie die reine Quarte gegen den als Einheit oder als irgend eine Potenz von 2 anzusehenden Grundton erhält, wenn man auch die Reihe bis in das Unendliche fortsetzen wollte. Wie schwankend auch unser Gehör in Hinsicht auf die Reinheit der Quarte ist, wie wenig sie also dazu taugt, um darnach zu stimmen, ist schon daraus zu ersehen, dass das Gehör bey Hörnern und Trompeten das Verhältniss 8: 11 für das Verhältniss der Quarte 3: 4 allenfalls hin- nimmt, und sich also eine Abweichung, die 32: 33 beträgt, gefallen lässt, oder sich wohl gar daran gewöhnt, worüber hernach noch einiges wird zu sagen seyn.

Ueber den ebenfalls innerhalb der Octave enthaltenen Septimen Akkord oder Vierklang, welcher durch Hinzufügung noch einer Terz zu einem Dreyklange entsteht, und wo die Septime des Grundtons, sie befinde sich in welcher Lage man wolle, immer als Dissonanz anzusehen ist, würde hier nicht am rechten Orte seyn, mehr zu sagen, da man über die verschiedenen Arten des Septimenakkordes und über deren Behandlung wird in *Gfr. Weber's Theorie der Tonsetzkunst* §. 50, 63, 105 - 117, 315 - 337. Auskunft finden können.

III.

Ueber Entwicklung der Tonleiter.

Wir brauchen nun nicht blos einzelne Harmonien, sondern wir brauchen auch eine Tonleiter, d. i. nach der von mir in der Akustik §. 23. und im *Traité d'Acoustique* §. 11. gegebenen Definition, einen Inbegriff von Tönen, deren man sich bedienen

kann, ohne das Gefühl von Beziehung auf einen Grundton zu verlieren, oder, wie sie *Gfr. Weber*, §. 127. ebenfalls richtig definirt, die Gesamtheit der Töne, welche zur Familie einer tonischen Harmonie gehören *f*). Es giebt also keine chromatische und keine enharmonische, und noch weniger, wie Manche sich eingebildet haben, eine diatonisch-chromatisch - enharmonische Tonleiter, sondern es giebt nichts anders, und wir brauchen auch nichts anders, als eine diatonische Tonleiter für einen zum Grund gelegten Ton, und ein System von 12 gleichen Stufen in einer Octave, in welchem jeder andere Ton ebenfalls seine richtige Tonleiter und die ihm zukommenden Harmonien findet.

Ob man nun die Tonleiter aus den Harmonien des Grundtones der zunächst mit ihm verwandten Töne, oder ob man sie nebst diesen Harmonien aus den einfachsten brauchbaren Zahlen der natürlichen Zahlenfolge entwickelt, ist ganz einerley, und man erhält dieselben Resultate. Uebrigens ist in Voraus zu bemerken, dass weder die hier zu gebende, noch irgend eine andere möglicherweise zu construirende diatonische Tonleiter dazu bestimmt, oder dazu geeignet ist, um für die Ausübung unwandelbar so zu bleiben, wie sie ist, sondern, da jeder andere Ton ebenfalls seine richtige Tonleiter und die ihm zukommenden Harmonien haben muss, so müssen alle

f) Die altgriechischen Tonleitern waren, wie *Gfr. Weber* §. 584 u. flgg. auch richtig bemerkt, in diesem Sinne keine Tonleitern, sondern sie waren der Inbegriff von Tönen, welche in gewissen damahls gebräuchlichen Arten der Melodie vorkommen konnten.

Töne vermittelt einer gut eingerichteten Temperatur sich so gegen einander ausgleichen, dass alle Verhältnisse in allen Tonarten brauchbar werden.

Wenn nun die Tonleiter aus den Harmonien des Grundtons und der mit diesen zunächst verwandten Töne hergeleitet werden soll, so können diese letztern vernünftigerweise keine andern seyn, als die Ober- und Unterquinte des Grundtons, welche man auch Dominante und Unterdominante nennt. Soll also z. B. c als Grundton angesehen werden, so sind die unentbehrlichsten Harmonien $c:e:g$; $g:h:d$; und $f:a:\bar{c}$. Nimmt man nun diese Dreyklänge in den reinen Verhältnissen $4:5:6$, und verbindet die Verhältnisse gehörig mit einander, so werden die kleinsten ganzen Zahlen, durch welche die Tonleiter zwischen c und $\bar{c}$ auszudrücken ist, folgende seyn:

$$\begin{array}{cccccccc} c & d & e & f & g & a & h & \bar{c} \\ 24, & 27, & 30, & 32, & 36, & 40, & 45, & 48. \end{array}$$

Hier ist $c:d=8:9$; $d:e=9:10$, $e:f=15:16$; $f:g=8:9$; $g:a=9:10$; $a:h=8:9$; $h:\bar{c}=15:16$. Ausser den mit dem Grundtone c zunächst verwandten Dreyklängen von g und von f , sind auch die Molldreyklänge von e und von a vollkommen rein. In dem von d , welcher auch in geringerer Verwandtschaft mit dem Grundtone c steht, ist die Terz $27:32$ und die Quinte $27:40$ unrein. Wollte man das ändern, so würde man dadurch andere Verhältnisse desto mehr verderben *g)*, und übrigens gleicht am Ende sich doch alles aus.

g) Wollte man z. B. wie *Ptolemaeus* gethan hat, das d erniedrigen, und c zu d in dem Verhältnisse $9:10$ nehmen, so würde zwar das d seinen richtigen Dreyklang

Ebendieselbe Tonleiter, welche auch ziemlich allgemein als die beste anerkannt ist, nebst den darin liegenden zur Familie des Grundtones zunächst gehörenden Harmonien ergibt sich auch aus der natürlichen Zahlenfolge, mit welcher die Reihe von Tönen übereinstimmt, welche sich auf einer Saite durch Eintheilungen in aliquote Theile, so wie auch auf Blasinstrumenten möglicherweise hervorbringen lassen, z. B. an Hörnern und Trompeten. Die Natur giebt uns hier zuerst die Intervalle, welche allgemein als consonirend angesehen werden, und erst später auch die übrigen. Da auf Hörnern und Trompeten die Töne nicht weiter, als bis zu den 16ten benutzt werden, und wir auch nicht mehr nöthig haben, um alles, was wir brauchen, darin zu finden, so erwähne ich hier die Töne nur von 1 bis 16:

1	2	3	4	5	6	(7)	8	9	10	(11)	12
C,	c,	g,	$\overline{c}$,	$\overline{e}$,	$\overline{g}$,	$\overline{b-}$,	$\overline{c}$,	$\overline{d}$,	$\overline{e}$,	$\overline{f+}$,	$\overline{g}$,
(13)	(14)		15	16							
$\overline{a-}$,	$\overline{b-}$,		$\overline{h}$,	$\overline{c}$.							

Hier erhalten wir nun in dem Bezirk der tiefsten Octave 1: 2 nichts weiter, als den Grundton C mit seiner höhern Octave c, wodurch uns deutlich genug angezeigt wird, dass das Verhältniss der Octave die erste und vorzüglichste Consonanz und das Normalmass aller Intervalle ist, wie denn auch bey allen nothwendigen kleinen Abänderungen anderer Intervalle dieses Verhältniss immer muss können als rein angesehen werden.

haben, aber der von g, an dessen Reinheit wegen der nähern Verwandschaft mit dem c mehr gelegen ist, würde alsdenn die unreine Quinte 27: 40 erhalten.

In der zweiten Octave $2:4$ oder $c:\bar{c}$, erhalten wir die beiden nächsten einfachen Intervalle, die Quinte $c:g=2:3$ und die Quarte $g:c=3:4$. Indessen erhalten wir letztere nur in Beziehung auf die Quinte oder Dominante g ; wenn also der Grundton c auch eine Quarte haben soll, kann er sie nicht anders erhalten, als durch Uebertragung des der Quinte g gegebenen Verhältnisses $3:4$ auf den Grundton c .

Die dritte Octave $4:8$ oder $\bar{c}:\bar{\bar{c}}$ giebt uns alle übrigen Consonanzen, nebst einem nicht wohl zu brauchenden Mitteldinge zwischen Consonanz und Dissonanz in der Zahl 7. *h)*. Wir erhalten hier die grosse Terz $4:5$, $\bar{c}:\bar{e}$, und deren Umkehrung, die kleine Sexte $5:8$, $\bar{e}:\bar{\bar{c}}$; ferner die kleine Terz $5:6$, $\bar{e}:\bar{g}$, und schon früher deren Umkehrung die grosse Sexte $3:5$, $g:\bar{e}$. Auch erhalten wir hier den harten oder grossen Dreyklang $4:5:6$; $\bar{c}:\bar{e}:\bar{g}$; und wenn man alle bis jetzt von der Natur gegebenen Töne, mit Weglassung des siebenten zusammenhört,

h) Das mit der Zahl 7. übereinkommende Tonverhältniss, welches *Kirnberger* *i* nennt, ist mehr dissonirend, als consonirend. Wenn man es bisweilen auf der Aeolsharfe hört, wo es keine andern Nachbarn hat, als nach unten das g , und nach oben das c , thut es ungefähr die Wirkung einer unaufgelösten übermässigen Sexte oder kleinen Septime. Wollte man es, wie schon von *Kirnberger* und Andern ist vorgeschlagen worden, in unser Musiksystem mit aufnehmen, so würden dadurch grosse Verwirrungen entstehen, und die Nachtheile würden ohne allen Vergleich grösser seyn, als die Vortheile. Mehr darüber findet sich in meiner *Akustik*, in der Note zu §. 26, und im *Traité d'Acoustique* §. 20.

so geben $C, c, g, \bar{c}, \bar{e}, \bar{g}, \bar{\bar{c}}$, oder 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, dem Gehöre die vollkommenste Befriedigung. Nun giebt uns aber die Natur hier unmittelbar die kleine Terz 5: 6, so wie auch die kleine Sexte 5: 8 nur in Beziehung auf die grosse Terz des Grundtons, nämlich auf $\bar{e}$, und die grosse Sexte 3: 5 nur in Beziehung auf die Dominante g ; da es aber doch schicklich und nothwendig ist, dass der Grundton auch seine kleine Terz, so wie auch seine kleine und grosse Sexte habe, so kann man diese, eben so, wie es mit der Quarte 3: 4 der Fall war, nicht anders erhalten, als durch Uebertragung der den Tönen $\bar{e}$ und g gegebenen Verhältnisse auf den Grundton c . (In der natürlichen Zahlenreihe würden wir diese Verhältnisse nie gegen den Grundton erhalten, weil es keine ganze Zahl giebt, zu der sich irgend eine Potenz von 2 wie 3: 4, oder 3: 5, oder 5: 8 verhielte).

Die vierte Octave 8: 16, $\bar{\bar{c}}: \bar{\bar{\bar{c}}}$, giebt uns nun, ausser den Verdoppelungen schon vorhandener Schwingungszahlen, einige der gewöhnlichsten und brauchbarsten dissonirenden Verhältnisse, wie auch den ersten weichen Dreyklang, und eine Art von Tonleiter, welche von Einigen die natürliche Tonleiter genannt wird und in ihrem ursprünglichen Zustande sehr mangelhaft ist, aber durch Uebertragung einiger schon vorhandenen Verhältnisse auf den Grundton sich leicht verbessern lässt. Die erste Stufe 8: 9, $\bar{\bar{c}}: d$, giebt eine grosse Sekunde, und deren Umkehrung eine kleine Septime 9: 16, $\bar{\bar{d}}: \bar{\bar{\bar{c}}}$, welche man auch durch Zusammensetzung von 2 Quarten $3^2: 4^2$ er-

hält. Die folgende Stufe $\overline{d} : \overline{e}$ giebt eine etwas minder grosse Sekunde 9: 10, und deren Umkehrung $\overline{e} : \overline{d}$ eine kleine Septime 5: 9. Diese beiden Stufen 8: 9 und 9: 10 zusammengenommen geben nun die vorher schon da gewesene grosse Terz 4: 5, oder hier 8: 10, $\overline{c} : \overline{e}$, als den dritten Ton in dieser Octave. Der vierte mit der Zahl 11 übereinkommende Ton ist ein unseliges Mittelding zwischen $\overline{f}$ und $\overline{fis}$, er wird, weil man ihn nicht anders haben kann, gewöhnlich anstatt der Quarte $\overline{f}$ gebraucht, wiewohl das Verhältniss 8: 11 gegen die Quarte 3: 4 um 32: 33 zu hoch ist. Bisweilen wird dieser Ton auch wohl durch einige Anstrengung und Verschiedenheit des Blasens so hinaufgezwängt, dass er als $\overline{fis}$ gebraucht wird. Auf der fünften Stufe finden wir den Ton $\overline{g}$ als reine Quinte 8: 12, so wie früher als 2: 3 und 4: 6. Auf der sechsten Stufe erhalten wir an dem mit der Zahl 13 übereinkommenden Tone ein unvollkommenes Surrogat der grossen Sexte $\overline{a}$, für welche dieser Ton gewöhnlich in Ermangelung eines bessern gebraucht wird; er ist aber gegen die eigentliche grosse Sexte 3: 5 um das Verhältniss 39: 40 zu niedrig. Hierauf erhalten wir die höhere Octave des 7ten Tones in der Zahl 14, wovon man auch mit Recht keinen Gebrauch macht. Zuletzt giebt uns die Natur noch ein sehr brauchbares und unentbehrliches Intervall in dem 15ten Tone, oder $\overline{h}$, welcher die reine grosse Terz von $\overline{g}$, die reine Quinte von $\overline{e}$, und die reine grosse Sexte von $\overline{d}$ ist.

Wir haben nun auch den ersten weichen Dreyklang $10 : 12 : 15$, $\overline{e} : \overline{g} : \overline{h}$ erhalten. Das Verhältniss des $\overline{h}$ zu dem $\overline{c}$, $15 : 16$ giebt die kleine Sekunde, welche man auch bisweilen weniger gut einen diatonischen halben Ton nennt. Diese Stufe darf in keiner harten oder weichen Tonart fehlen, und wird auch von Einigen die tonbezeichnende Stufe, *subsemitonium modi*, genannt. Durch Umkehrung derselben erhält man die grosse Septime $8 : 15$, $\overline{c} : \overline{h}$.

Weiter jenseits des 16ten Tones erhalten wir nichts Neues, was brauchbar seyn, und nicht schon durch Combinationen der ersten Zahlen ebensowohl erhalten werden könnte, d. i. durch Uibertragung eines in Beziehung auf einen Ton uns schon gegebenen Verhältnisses auf einen andern Ton, welcher dieses Verhältniss auch nöthig hat. Das einzige, was etwa noch bemerkenswerth seyn möchte, ist, dass der 19te Ton der kleinen Terz $\overline{c} : \overline{es}$ sehr nahe kommt, indem der Unterschied des Verhältnisses $16 : 19$ von dem Verhältnisse $5 : 6$ nur $95 : 96$ beträgt; und ferner, dass die übermässige Prime $24 : 25$ (weniger gut kleiner oder chromatischer halber Ton genannt), welche man durch den Unterschied der kleinen und grossen Terzen oder Sexten erhält, uns auch von der Natur unmittelbar in $\overline{g} : \overline{gis}$ gegeben wird.

Nun finden wir in dieser mit der natürlichen Zahlenfolge übereinkommenden Tonreihe, und zwar in der Octave $8 : 16$, ausser dem Dreyklange des Grundtones und der Dominante desselben, wie auch dem weichen Dreyklange von $\overline{e}$ keine Töne, welche zu

einem Dreyklange passen. Wollte man nun diese von der Natur unmittelbar gegebene Tonreihe in ihrem ganz rohen ursprünglichen Zustande als Tonleiter ansehen und benutzen, so würde man auf einen sehr armseligen Bezirk von höchstens 3 Harmonien beschränkt seyn. Weiter hätten wir nichts, und es würde von Ausweichung in andere Harmonien gar nicht die Rede seyn können. (Dass man durch gewisse künstliche Vorrichtungen auf solchen Blasinstrumenten auch andere Töne hervorbringen könne, gehört nicht hieher, wo blos von natürlichen Tönen die Rede ist). Nun lässt man sich eine solche Beschränktheit und eine solche unveränderte Beziehung auf die Harmonie eines Grundtons gern eine Zeitlang gefallen (so wie auch die in den Zahlen 11 und 13 liegenden Intervalle), wenn man geschickte Waldhorn, oder Trompetenbläser, oder auch im freien zwey Jäger oder Alpenhirten auf gleich gestimmten Hörnern blasen hört *i)*, und nimmt es auch, besonders,

i) In den Gegenden, wo man viele Hirtenhörner und Jagdhörner blasen hört, gewöhnen sich öfters Landleute und Andere so an diese Verhältnisse, dass sie solche auch im Gesange ausüben. In der Allg. Mus. Zeitung, im 2ten Jahrgange, bemerkt *Knecht*, dass die schwäbischen Landmädchen in ihren ländlichen Gesängen das Verhältniss des *f* so nehmen, wie es die Zahl 11 giebt. Ich habe auch die Töne 11 und 13 sehr deutlich singen gehört, besonders in einem schwäbischen Volksliede, das einige Handwerksgesellen in Ulm ganz wie ein *bicinium* für 2 Waldhörner sangen, wo die Verschiedenheit das *f* und *a* von den gewöhnlichen bey einem just auf diese Töne fallenden sehr stark accentuirten *sforzando* besonders bemerkbar war.

wenn die Gegend und die Umgebungen das Gemüth zur Heiterkeit stimmen, mit der Reinheit der Verhältnisse nicht so gar genau; aber in allen den Fällen, wo man die Töne mehr nach Willkühr haben kann, wird es besser seyn, wenn man die Zahlen 11 und 13 (so wie auch die Zahl 7 und alle nicht durch 2, 3 und 5 hervorzubringenden Zahlen) ausmerzt, und an deren Stelle die, der Dominante *g* gegebenen Verhältnisse der Quarte 3 : 4 und der grossen Sexte 3 : 5 setzt. Die Natur selbst giebt uns hiezu deutlich genug Anleitung, dadurch, dass diese beiden bessern Verhältnisse just in die durch Ausmerzung der Zahlen 11 und 13 entstehenden Lücken passen. Wenn, wir nun dieses thun, so erhalten wir ganz ebendieselbe diatonische Tonleiter, welche vorher aus den Harmonien des Grundtons, der Dominante und der Unterdominante desselben sich ergeben hat, nämlich, wenn wir, um das *f* und das *a* einschalten zu können, die Zahlen von 8 bis 16 durch 3 multipliciren:

<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c̄</i>
24,	27,	30,	32,	36,	40,	45,	48.

In dieser diatonischen Tonleiter *k*) befindet sich

k) *Bernhard Euler*, welcher um die Kanglehre (durch so viele vortrefliche Untersuchungen der Schwingungsgesetze klingender Körper in den Schriften der Petersburger und Berliner Akademien der Wissenschaften) sich weit mehr verdient gemacht hat, als um die Tonlehre, wo er sich von den Fesseln mancher veralteten Vorstellungen noch zu wenig loss gemacht hatte, hat in seinem *Tentamen novae theoriae Musicae* (1739) verschiedene sogenannte Klanggeschlechter (Gesammtheiten von Tönen, in welchen man moduliren könnte) vorgeschlagen und

nun schlechterdings nichts willkührliches, sondern alle Verhältnisse sind von der Natur selbst gegeben, und zwar grötentheils dem Grundtone unmittelbar, ausser der Quarte 3 : 4 und der grossen Sexte 3 : 5, welche, da sie die Natur dem Grundtone nicht unmittelbar geben konnte, als die ersten der Dominante gegebenen Verhältnisse anstatt der ausgemerzten Zahlen 11 und 13 auf den Grundton übertragen sind. Uibrigens, so richtig auch die hier angegebenen Verhältnisse der Töne in Hinsicht auf deren ursprüngliche theoretisch vorauszusetzende Beschaffenheit sind, so wird sich doch bald ausweisen, dass diese Tonverhältnisse, so wie auch alle andere auf irgend eine Art in Rationalzahlen auszudrückenden, für die weitere Ausübung oder Anwendung nicht ganz so bleiben können, und dass sie vielmehr, nur mit Ausnahme der Octave, wie etwas rohe Baumaterialien zu betrachten sind, an denen noch manches zu behauen und zu putzen ist, nicht etwa, weil es uns so beliebt, sondern, weil, wenn jeder Ton ebenfalls seine brauchbare Tonleiter und die ihm zukommenden Harmonieen haben soll, es nicht anders seyn kann, und die Natur selbst es nicht anders zulässt.

durch gegebene Formeln auszudrücken gesucht. Das einzige brauchbare findet sich im 12ten genus, §. 23, wo die durch die Formel $2^m \cdot 3^3 \cdot 5$ ausgedruckte Reihe von Tönen ganz mit der hier auf andere Arten entwickelten Tonleiter übereinkommt, nur mit Weglassung des durch die Zahl 135 gegebenen Tones, welcher, wenn man ihn einschieben wollte, ein erträgliches *fis* oder *ges* geben würde, gegen das *c* wie 32 : 45. Uiber die Art, wie er in gen. 18, §. 32, die 12 Töne in einer Octave auszudrücken sucht, wird späterhin einiges zu sagen seyn.

In einer solchen aus 7 Tönen bestehenden Tonleiter befinden sich 5 grosse und 2 kleine Stufen, (weniger gut ganze und halbe Töne genannt). Wenn man nun, wie hier geschehen, die Tonarte *c* dur zum Grunde legt, so ist die dritte und die siebente Stufe klein, und die übrigen sind gross, und zwar ungefähr doppelt so gross, als die kleinen. Bey einer Molltonleiter, wo die von *a* am meisten mit der Durtonleiter von *c* übereinkommt, ist die zweite und fünfte Stufe klein, und nach *Gfr. Weber*, (welcher die gewöhnlich angenommene Verschiedenheit der Molltonleiter im Aufsteigen und Absteigen, und die Einmischung der fremdartigen Töne *fis* oder *g* nicht gut findet, und bey der Bildung dieser Tonleiter aus den dem Grundtone zunächst verwandten Harmonieen den grossen Dreyklang der Dominante für nothwendiger hält, als den kleinen, worin man ihn wohl Recht geben kann) auch die siebente Stufe. Die Molltonleiter würde also, in den kleinsten ganzen Zahlen ausgedrückt, folgende seyn:

<i>a</i>	<i>h</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>gis</i>	<i>a</i>
120,	135,	144,	160,	180,	192,	225,	240.

Die vorher bey der Durtonleiter angegebenen Zahlen sind deshalb nicht anwendbar, weil vorher das *d* keine reine Terz und Quinte hatte; hier aber vorauszusetzen ist, dass der Dreyklang der Unterdominante *d* eben so rein seyn müsse, wie der des Grundtones und der Dominante. Das *d* kann also hier nicht anders, als durch die Zahl 160 (nicht etwa 162, wie es nach der vorigen Angabe seyn würde), ausgedrückt werden.

IV.

*Verbindung aller möglichen Tonleitern zu
einem Systeme von 12 kleinen Stufen
in einer Octave.*

Bey dem gegenwärtigen Zustand der Musik, und bey den so beträchtlichen Fortschritten, welche sie in neuerer Zeit gemacht hat, sind wir nun mit einer diatonischen Tonleiter, und mit der Beschränktheit auf die wenigen darin liegenden Tonverhältnisse und Harmonien nicht zufrieden, wir verlangen vielmehr ein weiteres Feld, und mehr Mannigfaltigkeit. Nach unsern Begriffen muss jeder Ton wieder können als Grundton angesehen werden, und seine brauchbare Dur- und Molltonleiter haben; man muss auch alle Töne ohne Unterschied zu seinen Zwecken benutzen können, sie mögen in der zum Grunde gelegten Tonleiter enthalten seyn, oder nicht. Nun enthält aber eine diatonische Tonleiter, wie die hier gegebene, oder auch, wie überhaupt jede, die möglicherweise gegeben werden könnte; nicht die hierzu erforderlichen Intervalle; man ist also genöthigt, so viele Töne, als hierzu erfordert wird, um einen sogenannten kleinen oder chromatischen halben Ton $24 : 25$ (besser übermässige Prime genannt) zu erhöhen oder zu erniedrigen, wo denn im Deutschen die Erhöhung bekanntermassen durch Anhängen der Sylbe *is*, oder durch $\sharp$, und die Erniedrigung durch die angehängte Sylbe *es* oder durch *b* bezeichnet wird. (Die Benennungen in andern Sprachen habe ich in der Akustik in der Note zu §. 20 und im *Traité d'Acoustique* §. 14 angegeben). Da wir nun bey weiterer Fortsetzung solcher Erhöhungen und Erniedrigungen

gar zu viele einfach oder auch doppelt erhöhte und erniedrigte Intervalle erhalten, so würde es zu viele unnütze Weitläufigkeiten und Schwierigkeiten verursachen, wenn man in der Ausübung jeden erhöhten Ton von den benachbarten erniedrigten unterscheiden wollte, und es würde auf Instrumenten, die mit festen Tönen versehen sind, unmöglich seyn. Man ist also im Allgemeinen mit Recht übereingekommen, den äusserst geringen, ohne ganz besondere Aufmerksamkeit kaum oder gar nicht wahrnehmbaren Unterschied zwischen einem erhöhten und dem nächsten erniedrigten Intervalle nicht zu achten, und beyde auf derselben Stufe, ungefähr in der Mitte zwischen beyden, auszuüben *l)*. Da nun unser Tonleiter aus 7 Stufen, nämlich aus 5 grossen und 2 kleinen besteht, so ist es nothwendig, wenn jeder andere Ton ebenfalls seine richtige Tonleiter haben

l) Es ist schon vorgeschlagen worden, unsere Vorzeichnungen ganz abzuschaffen, und die Töne bloß durch die Stufe, auf welcher sie sollen ausgeübt werden, zu bezeichnen. Wenn hierbey auch die Wirkung auf das Gehör dieselbe wäre, so würde doch der Verstand ganz unbefriedigt bleiben; denn man will einen Ton nicht nur auf der ihm zukommenden Stufe hören, sondern man will auch wissen, was er ist, was er bedeutet, und in welche Beziehung er auf andere Töne steht. Wenn z. B. der Ton *dis* erscheint, so werden dessen harmonischen und melodischen Beziehungen ganz anders seyn müssen, als wenn er als *es* erscheint. Durch Befolgung eines solchen Vorschlages würde unsere Musik von einem der edlern wissenschaftlichen Gegenstände zu einem mehr bloß handwerksmässigen Gegenstande erniedrigt werden.

soll, jede der fünf grossen Stufen in zwey kleinere, und also die Octave in 12 einander gleiche kleine Stufen zu theilen. Wir erhalten also für die Ausübung nicht mehr noch weniger, als 12 reelle Töne, nämlich:

$c, \overset{cis}{des}, d, \overset{dis}{es}, e, f, \overset{fis}{ges}, g, \overset{gis}{as}, a, \overset{ais}{b}, h, c.$

Nun würden in einem solchen Systeme von 12 kleinen Stufen in einer Octave zwar alle Töne ihre Tonleitern, und die ihnen zukommenden Intervalle und Harmonieen (ungefähr) finden, sie würden aber, wenn die anfängliche Tonleiter oder sonst irgend eine andere, so bleiben sollte, wie sie ist, grösstentheils gar zu unrein und deshalb unbrauchbar seyn. Diesem Uibel kann aber sehr leicht abgeholfen werden, durch ein absichtliches und gut geordnetes geringes Nachgeben der Verhältnisse gegen einander, welches man Temperatur nennt. Es ist, wie ich schon in der Akustik §. 31 und im *Traité d'Acoustique* §. 25 bemerkt habe, ein unbezweifelter Erfahrungssatz, dass, wenn man ein Intervall hört, welches nur äusserst wenig von einem durch einfachere Zahlen auszudrückenden Intervalle abweicht, man das einfachere zu hören glaubt, und dass diese Täuschung desto vollkommener ist, je weniger diese Abweichung beträgt *m*). Ob nun das Intervall, wel-

m) Darüber, dass eine ideale Reinstimmung nicht nöthig und das Gehör nicht so überfrei ist, findet sich viel Gutes und Richtiges in *Gfr. Weber's Theorie der Tonsetzkunst*, 2. Theil, §. 85 — 90. Dass das Gehör eine Annäherung an die vollkommene Reinheit für die vollkommene Reinheit selbst nimmt, ist keine Un-

ches man wirklich hört, durch ganze Zahlen, oder nur durch Irrationalzahlen ausgedrückt werden kann, macht keinen Unterschied in der Wirkung, sondern es kommt nur darauf an, dass die Abweichung an sich so gering als möglich, sey. Um nun über die nothwendige Beschaffenheit einer Temperatur urtheilen zu können, sind keine Intervallen brauchbarer, als die Quinten und die grossen Terzen. Bekanntermassen müssen 12 Quinten, 12 Quarten, 3 grosse Terzen, 4 kleine Terzen, und eben so auch 6 grosse Stufen, und 12 kleine Stufen eine Octave ausmachen, indem die Octave die Gränze aller Intervalle, und jeder Ton jenseits der Octave nur eine Wiederholung eines schon vorhandenen Tones in einer höhern Ordnung der Töne ist, wo alle Schwingungszahlen verdoppelt sind.

Nun erhält man (wie ich im 2oten Stücke der *Cäcilia* weiter gezeigt habe), durch 11 Quinten in dem reinen Verhältnisse $2 : 3$, (und wo es, um in derselben Octave zu bleiben, erforderlich ist, Unterquarten $4 : 3$) zuletzt keine Quinte $2 : 3$, sondern, wenn man von c zu stimmen oder zu berechnen angefangen hat, die allen Physikern und Mathematikern

vollkommenheit des Gehörs, sondern es ist vielmehr etwas Guts, weil ohne dem überhaupt keine brauchbare Musik möglich seyn würde, und wenn es auf andern Weltkörpern auch organische Wesen giebt, die uns an Vollkommenheit weit übertreffen, so kann dieses bey ihnen auch nicht anders seyn, als bey uns, wenn sie in der Musik etwas mehr, als einen armseligen Bezirk von sehr wenigen Harmonieen haben wollen, weil der Grund in den Zahlenverhältnissen selbst liegt, welche überall dieselben sind.

durch Berechnung, und den Orgel- und Klavierstim-
 mern aus der Erfahrung bekannte Wolfsquinte $f : \bar{c} = 177147 : 262144$, und wenn man zu dem f noch
 die 12te Quinte $f : \bar{c}$ in dem reinen Verhältnisse $2 : 3$ durch Stimmung oder Berechnung hinzufügt, so
 erhält man nicht den Ton, von welchem man ausge-
 gangen ist, oder dessen Octave, sondern einen Ton,
 der um das Verhältniss $524288 : 531441$ zu hoch ist.
 Eben so geben 11 Quarten $3 : 4$ oder Unterquinten
 $3 : 2$ am Ende keine reine Quarte $3 : 4$, sondern die
 Wolfsquarte $131072 : 177147$, und wenn man noch
 eine zwölfte Quarte in dem reinen Verhältnisse $3 : 4$
 hinzufügt, so erhält man anstatt des Tones, von dem
 man ausgegangen ist, oder der Oktave desselben
 einen Ton, der um das Verhältniss $524288 : 531441$ zu
 niedrig ist. Es giebt nämlich sowohl bey den Quin-
 ten, als bey den Quarten, das durch Potenzen der
 Zahl 3 auszudrückende Glied allemahl etwas zu viel
 gegen das durch Potenzen der Zahl 2 erhaltene, und
 es ist schlechterdings unmöglich, dass eine Potenz
 von 2 zu einer Potenz von 3 sich wie $1 : 1$, oder wie
 $1 : 2$ verhalten könnte.

So geben auch 3 grosse Terzen $4 : 5$ zu wenig,
 und 4 kleine Terzen $5 : 6$ gehen zu viel. Es ver-
 steht sich also von selbst, dass auch dieser Uiber-
 schuss oder Mangel muss ausgeglichen werden. Nun
 ist das beste bey der Sache dieses, dass nie eine
 Correktion eines Intervalles den andern zum Nach-
 theile gereichen kann; vielmehr, wenn ein Ton in
 einer Hinsicht, z. B. als grosse oder kleine Terz sein
 richtig temperirtes Verhältniss hat, so hat er es auch
 in andern Hinsichten, z. B. als Quinte oder Quarte
 u. s. w.

Uiberhaupt ist schlechterdings kein in Rationalzahlen auszudrückendes Verhältniss ein Maas für die Oktave; sie kann vielmehr auf keine Weise anders, als durch Irrationalzahlen in gleiche Theile getheilt werden. Die Berechnungen selbst hierzu geben, halte ich für überflüssig, da es von mir und Andern oft genug geschehen ist, und man auch in vielen der bessern physikalischen Lehrbücher Auskunft darüber findet, da auch die Sache an sich so klar, und die Berechnung so leicht ist, dass jeder, der multiplizieren kann, sie wird selbst verrichten, und die schon längst bekannten Resultate erhalten können.

Es kann also gar nicht weiter die Frage seyn, ob eine Temperatur nothwendig sey, oder nicht, sondern nur, wie sie am besten einzurichten sey. Manche haben, ganz der Natur zuwider, geglaubt, dass man doch wenigstens bey so vielen Quinten, als möglich, das ursprüngliche reine Verhältniss $2 : 3$ retten müsse; es sind also schon Temperaturen vorgeschlagen worden, bey welchen 9 oder 10 Quinten als ganz rein angenommen, und nur etwa 2 oder 3 Quinten erniedrigt werden, wie z. B. der Keplerschen und Kirnbergerschen, welche (mit aller Achtung für andere Verdienste Keplers und Kirnbergers) unter die schlechtesten Temperaturen gehören, die je sind vorgetragen worden. Die Erfahrung lehrt nämlich, ebensowohl wie die Berechnung, dass, je mehrere Quinten man ganz rein stimmen will, desto mehr die andern verdorben werden, welche die unvermeidliche Abweichung zu tragen bekommen, und ausserdem auch noch andere Intervalle, wie man dieses in so manchen Angaben ungleichschwebender Temperaturen finden kann. Man wird also den für

die Ausübung der Tonkunst unschätzbaren Vorthail, alle Tonarten und alle in diesen liegenden HARMONIEEN benutzen zu können, ohne dass das Gehör irgendwo beleidigt werde, nicht wohlfeiler erlangen können, als durch vollkommene Nachgiebigkeit gegen die von der Natur uns ein für allemahl auferlegte Nothwendigkeit des Temperirens, d. i. durch möglichst gleiche Vertheilung der Abweichung auf alle Quinten. Nun ist dagegen eingewendet worden, dass es unmöglich sey, alle Quinten so gleichförmig zu stimmen, dass eine jede genau um den 12ten Theil des pythagorischen Comma $524288 : 531441$ unter sich schwebe. Das wird und kann aber auch vernünftigerweise niemand verlangen, sondern es ist hinreichend, wenn man sich der Gleichförmigkeit möglichst nähert. Man wird also mit der von Stimmmeistern mit Recht angenommenen Regel vollkommen ausreichen, dass jede Quinte ein wenig niedrig, und jede grosse Terz etwas scharf müsse gestimmt werden. Durch Befolgung dieser ganz einfachen Regel wird man allemahl eine bessere Stimmung erhalten, als wenn man absichtlich einen Ton reiner oder unreiner, als andere, stimmen wollte.

Da über mehr oder weniger gut temperirte Stimmung einer Quinte sich alsdenn erst genauer urtheilen lässt, wann man die Terz des Dreyklanges mithört, und da es auch gut ist, wenn man jeden zu stimmenden Ton nicht blos als Quinte, sondern auch in Verhältnissen zu andern Tönen hören kann, so halte ich für nützlich, wenn ich hier die Anweisung zu einem Verfahren wiederhole, welches ich in meiner Akustik S. 51, meines Wissens zuerst,

gegeben und auch sonst schon erwähnt habe; es wird auch von *A. E. Müller* in seiner Klavierschule empfohlen. Ich glaube es mit allem Rechte empfehlen zu können, da ich finde, dass man sich dadurch die Mühe sehr erleichtert. Anfangs wird der Grundton c und die Octave $\bar{c}$, (oder sonst ein Ton, von dem man ausgehen will, nebst seiner Octave) so rein, als möglich gestimmt, und denn die Töne e und gis so dazwischen eingepasst, dass die 3 Terzen $c : e$, $e : gis$ und $\overset{gis}{as} : \bar{c}$ einander möglichst gleich werden, und die eine dieser Terzen so gut klingt, wie die andere, so dass also jede derselben ein wenig über sich schwebt. Nun sind die weiterhin möglicherweise zu begehende Fehler schon in engere Gränzen eingeschlossen, und es hat jeder als grosse Terz richtig temperirte Ton auch das Verhältniss, welches ihm als richtig temperirte Quinte zukommt. Man wird nun weit leichter finden, das g zu stimmen, da man $c : e : g$ zusammen hören kann; so auch das h , da man $e : gis : h$ und $e : g : h$ zusammen hören kann, hernach $\bar{dis}$ durch $gis : h : \bar{dis}$; $gis : c : \bar{dis}$, und $g : c : \bar{dis}$, und sodann andere Töne nach Belieben, wo man denn bey einem jeden schon genug Töne finden wird, mit denen man ihn wird zusammen hören und vergleichen können.

Eine solche gleichförmige Vertheilung der nothwendig zu vertheilenden Abweichung der Quinten und anderer Verhältnissen, die in ihrem rohen Zustande nicht in die Octave passen würden, empfiehlt sich sehr durch ihre Einfachheit, indem nun alle Töne, man möge sie hergeleitet haben, wie man wolle, eine geometrische Progression zwi-

schen 1 und 2 bilden, in welcher alle 12 Stufen einander gleich sind. Freilich ist nun kein einziges Verhältniss in seiner ursprünglich bloß idealisch angenommenen objektiven Reinheit geblieben, die Octave 1:2 ausgenommen; sie sind aber alle subjektiv vollkommen rein, d. i. die Abweichung ist, eben wegen der gleichförmigen Vertheilung, bey jedem einzelnen Intervalle so gering, dass ein gesundes Ohr nirgends einen Anstoss findet, und auch schwerlich eine Abweichung wahrnimmt, (wenn nicht etwa jemand die Thorheit begehen wollte, bey dem Anhören einer in richtig temperirten Intervallen gut ausgeführten Musik recht absichtlich kleine Verschiedenheiten zwischen temperirten und idealisch reinen Intervallen aufzuspüren, und dadurch sich und Andern den Eindruck zu verderben). Bey einer Quinte beträgt die Verschiedenheit nur den 12ten Theil des pythagorischen Comma, also 1:1, 0011... also nicht viel über ein Tausendtheilchen, wo denn die Abweichung, nach Marpurg, ohne Beleidigung des Gehörs ungefähr bis auf dritthalb Zwölftheile würde gehen können, nach Andern auf 3 Zwölftheile, welches doch wohl schon ein kleiner Uibelstand seyn würde, den man müste zu verbessern suchen. (In manchen ungleichschwebenden Temperaturen kommen sogar abscheuliche Pseudoquinten, wie 27:40, vor, die um 80:81 oder $\frac{11}{12}$ des pythagorischen Comma unter sich schweben, oder auch wohl, welches noch ärger ist, über sich schwebende Quinten!)

Wie die gleichschwebende Temperatur zu berechnen sey, und zwar auf verschiedene Arten, welche alle dieselben Resultate geben, habe ich in meiner Akustik §. 40 und im *Traité d'Acoustique* §. 26

gezeigt, es wird also nicht nöthig seyn, es hier zu wiederholen. Eben so überflüssig würde es seyn, die Verhältnisse selbst hier anzugeben, da man sie dort, sowohl in Schwingungszahlen als in Saitenlängen ausgedrückt finden kann. Dass alle Zahlen, die des Grundtons und der Octave desselben ausgenommen, Irrationalzahlen sind *n)*, thut nichts zur Sache,

n) *L. Euler* hat die Reihe von 12 in einer Octave enthaltenen Tönen in Rationalzahlen durch die Formel $2^m \cdot 3^3 \cdot 5^2$ auszudrücken gesucht. Er redet davon in seinem *Tentamen novae theoriae musicae*, §. 34, gen. 18; in den *Mém. de l'Acad. de Berlin* 1764, in *Nov. Comment. Acad. Petrop.* t. XVIII. und im 2ten Theile seiner Briefe an eine deutsche Prinzessin. Die erhaltenen Tonverhältnisse sind: $c = 384$, $cis = 400$, $d = 432$, $dis = 450$, $e = 480$, $f = 512$, $fis = 540$, $g = 576$, $gis = 600$, $a = 640$, $b = 675$, $h = 720$, $c = 768$. Wenn auch diese Formel mehr Annäherung an Gleichförmigkeit giebt, als sich vielleicht durch irgend eine andere in Rationalzahlen würde erreichen lassen, so ist sie doch ohne eine sehr starke Correktion, oder vielmehr Umformung (am besten im Mittelproportionale zwischen 1 und 2) schlechterdings nicht brauchbar, denn die Quinte $b : f$ oder $675 : 1024$ ist sogar um $2025 : 2048$, d. i. um $\frac{10}{12}$ des pythagorischen Comma zu hoch, und die Quinten $d : a$ und $fis : cis$ schweben in dem Verhältnisse $27 : 40$ um $80 : 81$ oder $\frac{11}{12}$ des pythagorischen Comma unter sich; ausserdem finden sich darin noch manche andere übelklingende und unbrauchbare Intervalle, z. B. die grossen Terzen $dis : g$, $gis : c$, und $b : d$, welche $= 25 : 32$ und also um $125 : 128$ zu hoch sind, und die kleinen Terzen $c : dis$, $f : gis$ und $g : b$, welche in dem Verhältnisse $64 : 75$ um ebensoviel zu niedrig sind, u. s. w. Es giebt also

da, wie schon bemerkt worden, es nur darauf ankommt, dass bey jedem Intervalle die Abweichung so gering, als möglich, sey.

Man hat gegen die gleichschwebende Temperatur eingewendet, (was wendet man nicht gegen alles Bessere ein!) dass die Verschiedenheit des Charakters der verschiedenen Tonarten dadurch verloren gieng. Das würde aber eine sehr schlechte Verschiedenheit des Charakters seyn, wenn irgend eine Tonart ein Vorrecht haben sollte, reiner oder unreiner, als andere, seyn zu dürfen. Wenn übrigens eine Verschiedenheit des Charakters Statt finden soll, so liegt sie schon hinreichend in der verschiedenen Höhe und Tiefe, so wie auch in der Einrichtung und Behandlung der Saiten- und Blasinstrumente. Bey Tasteninstrumenten scheint auch die Einrichtung der Claviatur, und die dadurch nothwendiggemachte Verschiedenheit der Fingersetzung in verschiedenen Tonarten etwas hierzu beytragen zu können. *Grf. Weber* hat über diesen Gegenstand viel Richtiges im zweiten Theile seiner Theorie der Tonsetzkunst gesagt.

Bey dieser Art der Darstellung erhält unsere Ton-

keine bessere Art, die Octave in 12 Stufen zu theilen, als die durch geometrische Mittelproportionale in Irrationalzahlen, und alle möglichen fernern Bemühungen, eine gleichförmige Eintheilung der Octave in Rationalzahlen zu geben, werden immer ebenso fruchtlos bleiben, wie das Grübeln, um die Quadratur des Zirkels (d. i. ein in Rationalzahlen auszudrückendes Verhältniss des Durchmesser zur Peripherie) zu finden, mit welcher Geisteskrankheit immer noch Einige behaftet sind.

lehre eine sehr einfache Gestalt. Wir brauchen nämlich nichts weiter, als

1) eine aus 5 grossen und 2 kleinen Stufen bestehende Tonleiter, die, wie vorher gezeigt worden, ebensowohl aus den einem Grundtone zunächst verwandten Harmonieen, als aus den einfachsten Zahlenverhältnissen, mit welchen die Reihe der Töne so mancher klingenden Körper übereinstimmt, entwickelt werden kann;

2) eine Eintheilung der Octave in 12 einander gleiche kleine Stufen, in welchem jeder Ton die ihm zukommende Tonleiter findet, und zwar so, dass, zufolge eines allgemeinen Nachgebens der Tonverhältnisse gegen einander, die Abweichung von der vollkommenen Reinheit nirgends so beträchtlich ist, dass sie dem Gehöre lästig werden könnte.

Da wir nun dieses haben, so wird durch alle möglichen Grübeleien niemand etwas ausfindig machen können, das besser und brauchbarer wäre, und also an dessen Stelle gesetzt zu werden verdiente; man kann es also recht füglich dabey bewenden lassen.

V.

Noch etwas über unrichtige Herleitungen und Anordnungen der Tonver- hältnisse.

Vormahls haben viele Tonlehrer, z. B. *Rameau* und Anhänger von ihm, den Grund des Consonirens und Dissonirens und überhaupt aller Harmonie in einem Mitklingen oder Nichtmitklingen höherer in der natürlichen Zahlenfolge stehender Töne mit dem als Einheit anzusehenden Grundtone suchen wol-

len. Sie sind sogar soweit gegangen, ein solches Mitklingen höherer Töne als den Hauptunterschied eines Klanges von einem Geräusche anzusehen. Dieser Irrthum, welcher sich auch in *Sulzer's* Wörterbuch der schönen Künste, (in welchen die in Naturkunde einschlagenden Artikel überhaupt weniger gut sind, als die technischen und ästhetischen), und in manche andere sonst gute Bücher eingeschlichen hat, rührt daher, weil man bey dem Grundtone einer Saite nicht hindern kann, dass nicht auch die aliquoten Theile zugleich schwingen und die ihnen zukommenden Töne geben, und man also aus gänzlicher Unkunde der Schwingungsgesetze anderer klingenden Körper vorausgesetzt hat, dass bey deren verschiedenen Klängen die Reihe der diesen zukommenden Töne ebendieselbe seyn müsse, wie an einer Saite. Nun stehen aber an vielen andern klingenden Körpern, z. B. an Stäben, Scheiben, Glocken u. s. w. die den verschiedenen Klängen (oder Schwingungsarten) zukommenden Töne in ganz andern Verhältnissen, wie ich in der Allg. Mus. Zeitung 1801, num. 20, o) und hernach besser in der Akustik §. 174-185 und im *Traité d'Acoustique*

o) In diesem Aufsätze habe ich S. 343 die Tonreihe an Glocken und runden Gefässen unrichtig angegeben, weil die damahls untersuchten nach dem Rande und nach der Mitte zu von ungleicher Dicke waren. Bey gleichförmiger Dicke verhält sich die Tonreihe nicht wie die Quadrate von 3, 5, 7, 9. u. s. w. sondern wie die Quadrate von 2, 3, 4, 5 u. s. w. oder, wenn man den tiefsten Ton als Einheit ansehen will, wie 1, $2\frac{1}{4}$, 4, $6\frac{1}{4}$ u. s. w. Ich ersuche die Besitzer des Jahrganges der Mus. Zeitung, diese Zahlen zu ändern.

§. 164 - 176 gezeigt habe; es ist also ganz unnatürlich, wenn man das Consoniren und Dissoniren nebst aller Harmonie daraus hat erklären wollen, und es würden viele Abgeschmacktheiten daraus folgen, z. B. dass bey einer Harmonikaglocke die None 4 : 9 die erste Consonanz seyn müsse u. s. w. Uibrigens lässt sich zwar bey der einfachsten Schwingungsart eines klingenden Körpers, wo kein Schwingungsknoten vorhanden ist, ein Mitklingen höherer Töne nicht immer ganz verhindern, aber bey jeder andern Schwingungsart lässt sich der Ton, welcher ihr zukommt, ganz rein, ohne Beimischung anderer Töne dadurch darstellen, dass man die Stellen, wo Schwingungsknoten sind, durch Berührung mit den Fingern oder auf andere Art dämpft, und also die Schwingungen solcher Stellen verhindert. Uiber die Beitöne des Grundtones einer Saite sagt *Gfr. Weber* viel Richtiges in seiner Theorie der Tonsetzkunst, (2te Aufl.) B. I. S. 11 - 13, und bemerkt mit Recht, dass deren Mitklingen, weit entfernt zur Wesenheit und zur Schönheit des Klanges zu gehören, vielmehr eine blos durch die Unhörbarkeit dieser Mitklänge nur unschädliche Unvollkommenheit ist. Dass die Flageolettöne einer Saite auf der Violine und auf dem Violoncell sanfter klingen, als die auf gewöhnliche Art gegriffenen und gestrichenen Töne, liegt ohne Zweifel ausser der gelindern Art des Greifens und des Streichens, auch daran, dass sie ganz rein und ohne Beimengung anderer Töne sind.

2) Es ist auch behauptet worden, dass jeder Ton schon seine Ober- und Unterdominante und deren Harmonieen in sich enthalte, und es ist manches daraus gefolgert worden. Nun ist aber diese Be-

hauptung in der Natur nicht gegründet, indem ein Ton nichts anders in sich enthält, sondern etwas ganz einfaches ist, nämlich eine gewisse Zahl von schnell hin und her gehenden Bewegungen in einer gewissen Zeit. Man kann also nur sagen, dass ein Ton mit seiner Ober- und Unterdominante näher verwandt ist, als mit anderen Tönen, (weil die Schwingungszahlen in einfachern Verhältnissen stehen). Wenn nun die Voraussetzung ungegründet ist, so wird es nöthig seyn, die Folgerungen auf andere Art zu beweisen, wenn man sie für richtig halten soll.

3) Die altgriechischen Tonlehrer, und wer etwa in neuerer Zeit alles von diesen gesagte besser findet, als das Neuere, haben den Grund des Consonirens in einer angeblichen Klangvermischung zweier Töne finden wollen, wodurch ihrem Vorgeben nach ein drittes daraus werde, und behaupten mit willkürlicher Verwerfung der von der Natur, ebensowohl wie die 4 ersten Zahlen, gegebenen Zahl 5, und der daraus herzuleitenden Intervalle, dass dieses ausschliessend nur bey den Quarten (auf die sie am meisten zu halten scheinen, wiewohl die Quarte mehr dissonirt, als consonirt) wie auch bey den Quinten und Octaven Statt finde, nicht aber bey den Terzen. Hierüber habe ich schon in der Musikal. Zeitung 1826, num. 40-42 das nöthige gesagt, und bemerkt, dass eine solche angebliche Vermischung zweier Klänge, ein Unding ist, indem man bey jedem Beysammenseyn zweier Töne, selbst bey der Octave und Quinte, allemahl hört, dass 2 Töne vorhanden sind, ein höherer und ein tieferer, die sich nicht im mindesten vermischen. Eine solche angebliche Vermischung von Schallwellen würde auch allen physischen

Begriffen und Beobachtungen zuwider seyn, da bekanntermassen 2 Wellen, von welcher Art sie auch seyn mögen, sich nie vermischen, sondern jede nach der Durchkreuzung unverändert bleibt. Was nun auch die alten Schriftsteller von einem dritten Tone und von Abwesenheit einzelner hörbarer Stösse sagen, kommt ebensowohl auch gutgestimmten Terzen $4:5$ und $5:6$ und noch mehren Intervallen zu, wenn sie nicht etwa in einer allzugrossen Tiefe genommen werden. Es ist also die altgriechische Tonlehre nicht auf einen festen Grund, sondern auf Tribsand gebaut, und die angebliche symphonische Klangvermischung kann, da sie etwas blos schimärisches ist auch gar nicht zur Stimmung benutzt werden, vielmehr giebt eine darauf gegründete Stimmung ganz unbrauchbare und fehlerhafte Resultate, wie ich im zosten Stücke der *Cäcilia* weiter gezeigt, und auch in der Mus. Zeitung 1826, num. 41 einiges darüber gesagt habe. So sind auch, wie dort ebenfalls gezeigt worden, die nicht aus der Natur hergenommenen, sondern blos aus den 4 ersten Zahlen, mit Verwerfung der Zahl 5, hergeleiteten Intervalle durchaus fehlerhaft und übelklingend; nur mit Ausnahme der Octave, Quinte und Quarte, und mit bedingungsweiser Ausnahme des ganzen Tones $8:9$, wenn er nähmlich mit $9:10$ abwechselt. Die verwerflichsten Intervalle sind die discordirenden Pseudoterzen $64:81$ und $27:32$, welche lange genug die Stelle der wahren Naturterzen $4:5$ und $5:6$ usurpirt haben. Das verderblichste ist nun das, dass keine Temperatur Statt finden soll, und also alle Intervalle in ihrer ursprünglichen Rohheit sollen gelassen werden, welches sehr arge Resultate giebt,

wie ich in den angef. Aufsätzen weiter gezeigt habe; und wie auch Jeder durch leichte Multiplicationen wird selbst finden können. Wenn nun gleichwohl von 12 Tönen in einer Octave, und von deren Stimmung in Quinten und Quarten, die angeblich alle rein seyn sollen, geredet wird, so ist dieses, wie in den angeführten Aufsätzen gezeigt ist, ebensowohl der Erfahrung, als den einfachsten arithmetischen Begriffen zuwider, da es schlechterdings unmöglich ist dass in einer Octave 12 reine Quinten und Quarten (so wie auch 3 grosse oder 4 kleine Terzen) enthalten seyn können, da auch eine Octave $1 : 2$ nicht anders, als durch Irrationalzahlen in gleiche Theile getheilt werden kann. Wenn nun die alten Schriftsteller von Probe reden, wo die letzte Quinte ganz rein seyn, und die richtige Octave des Tones, von dem man ausgegangen ist, erhalten werden soll, und man sie nicht beschuldigen will, dass sie alles dieses blos in das Blaue hinein behauptet, und unmuthwillig belogen *p)* haben, so muss man vermu-

p) Eine solche Lüge würde nur das Gegenstück seyn, zu der ganz ausgemachten Lüge, dass bey den angeblichen Versuchen des Pythagoras an Saiten die Töne im Verhältnisse der spannenden Gewichte sollen gestanden, und die durch 6, 8, 9 und 12 Pfund gespannten Saiten sollen den Grundton, die Quarte, Quinte und Octave gegeben haben, da doch jeder Anfänger in der Physik weiss, dass sich die Töne hätten müssen wie die Quadratwurzeln dieser Gewichte verhalten. Das hat nun Jahrhunderte lang einer dem Andern nachgeschrieben (*Nicomachus, Gaudentius, Jamblichus, Macrobius, Boethius*) ohne dass es einem eingefallen wäre, selbst einen Versuch der Art anzustellen,

then, entweder, dass sie zufolge eines bessern Gehörs irgendwo etwas nachgegeben, und also, ohne zu wissen oder zu wollen, temperirt haben mögen, oder auch, dass ihr Gehör möge so verdorben *q)* gewesen seyn, dass sie eine Abweichung von 524288 : 531441 nicht bemerkt haben; denn dass es nicht zutreffen kann, ist nicht nur von allen Physikern und Mathematikern längst ausgemacht, sondern auch Klavier- und Orgelstimmern aus der Erfahrung bekannt. Was nun auch die Anordnungen der Intervalle betrifft, so ist, wie ich in der Mus. Zeitung 1826 num. 42 weiter gezeigt habe, die ganze Lehre von Tetrachorden und von der angeblichen Nothwendigkeit ihrer Gleichförmigkeit gar nicht in der Natur gegründet, und mit allem Rechte als etwas längst abgeschafftes anzusehen, und eben so die wirklich ganz widersinnige Chromatik und Enharmonik der Alten und die darauf beruhenden Klanggeschlechter. Auch die so vielen Tonarten der Alten sind nicht in der Natur gegründet, und konnten bey weitem nicht das leisten, was wir durch unser Dur- und Molltonarten auf leichtere und einfachere Art leisten können. Uiberhaupt, so sehr die alten Griechen in den bildenden Künsten, in der Dichtkunst und in der Beredsamkeit unsere Meister waren, und noch sind, so sieht man doch aus allen vorhandenen Uiberlieferungen, dass die Musik bey ihnen in einem Zustande der Rohheit und Kindheit war, und dass bey aller

q) Durch die Annahme eines verdorbenen Gehörs würde sich auch das Wohlgefallen an übelklingenden Intervallen, an enharmonischen Viertelstönen, an dem Zirpen der Grillen u. s. w. am besten erklären lassen,

Mühe, die sie sich bey ihren Speculationen gegeben haben, sie doch nicht auf dem Wege der Natur, sondern auf Irrwegen gegangen sind, wovon die Ursache hauptsächlich in dem von den Pythagoräern mit der Vierzahl getriebenen Aberglauben scheint gelegen zu haben. Alles, was die altgriechische Musik betrifft, kann also bloß einen geschichtlichen Werth haben, und in so fern interessant seyn, nicht aber zur Vervollkommnung der neuern Musik dienen. Ich bin hierin mit dem, was *Gfr. Weber* im 4ten Theile seiner Theorie der Tonsetzkunst, von S. 141 bis zu Ende, über die altgriechische Musik sagt, vollkommen einverstanden, und muss anrathen, es nachzulesen. Wir wollen also die angebliche symphonische Klangvermischung, die Tetrachorde, die Chromatik und Enharmonik nebst den darauf gegründeten Klanggeschlechtern, die Intervalle der Alten und deren Stimmung ohne Temperatur, die vielen Tonarten der Alten u. s. w. eben so, wie die vier aristotelischen Elemente und die ptolomäische Lehre vom Weltgebäude, u. s. w. recht gern einem ewigen Schlummer überlassen, und sie nur in geschichtlicher Hinsicht als etwas; das vormahls angenommen worden ist, erwähnen, aber uns sehr hüten, dass sie nicht (als *revenans*) wieder erscheinen, und sich an die Stelle von Dingen setzen, die wir in neuerer Zeit besser wissen und besser haben.





Chladni, Ernst Florens Friedrich,

Kurze Uebersicht der Schall- und Klanglehre nebst einem Anhang, die
Entwicklung und Anordnung der Tonverhältnisse betreffend

Mainz 1827

Mus.th. 696

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10598409-0